

ガソリン、灯油、原油の3つの商品先物の高頻度データによる時系列相関分析*

程島次郎
森本孝之

1. はじめに
 2. 記述統計
 3. ガソリン、灯油、原油の自己相関とクロス相関の推定
 4. おわりに
 5. 付録
1. はじめに

近年の世界的な原油価格の高騰により、各種石油関連商品の価格が上昇し、国民経済的にも大きな影響を及ぼしている。そのため、これら石油関連商品の市場の分析は重要なものであると考えられる。本研究では、東京工業品取引所で上場されているガソリン、灯油、原油の3つの商品先物を分析する。これらの3つの商品先物は、いずれも取り引きが非常に活発な商品先物である。

本研究の目的は、3つの商品先物の収益率の時系列相関関係を、東京工業品取引所のティックデータを用いて分析する事である。また、ティックデータのいくつかの記述統計を示すことにより、日中の取り引きパターンを明らかにしたい。

最近の先行研究としては、東京工業品取引所の日中の取り引きデータを用いてガソリンの先物市場の日中の価格形成と流動性を分析した芹田他（2008）がある。

今回3つの商品先物のティックデータを分析している我々は、芹田他（2008）から多くの点で啓発されるところ大であった。芹田他（2008）では、ガソリンの先物市場のマーケット・マイクロストラクチャーに関する記述統計に基づいた分析が中心であるが、我々はガソリンを含む3つの先物市場間の時系列相関分析を主たる目的としている点が両者の大きな相違点である。

芹田他（2008）と同じように、我々も東京工業品取引所のデータを用いているが、我々が分析した東京工業品取引所から購入したティックデータは、芹田他（2008）が用いた東京工業品取引所の日中の取り引きデータと比べて、全く同じではないようである。例えば、我々の購入したティックデータでは、板合わせ、ザラバの違いや約定の売り買いの別は判別できなかったのも、情報量が少ないようである。

短い時点間隔での市場間の情報の流れを分析するために、高頻度データは利用される。日内取引データの統計分析は、観測値の時点間隔が異なるという障害に悩まされることになるが、市場間の情報の流れを分析する上で、この時点間隔の

*本研究は日本商品先物振興協会の研究調査助成金制度による助成を得て行った。この場を借りて感謝の意を表したい。

相違は極めて重要である。こうした不規則間隔に配置された観測値の問題に取り組む一般的な手法は、固定長間隔の時間（例えば5分）に分割することである。この場合、各時点間隔に記録された最後の観測値を使用し分析を行う。しかしながら、この手法には重大な欠点がある。間隔が小さく、取引があまり頻繁でない場合、いくつかの間隔には観測値が含まれていない可能性がある。これは非同期取引問題と呼ばれる。Lo and MacKinlay (1990a) は、たとえ真の原資産収益率に系列相関が無くても、非同期取引が観察されたポートフォリオ収益率において系列相関が生じる可能性があることを実証している。このことは、真の収益率が単に同時に相関している観測された資産収益率間に、正の時系列クロス共分散が生じる可能性があることを示唆している。

de Jong and Nijman (1997) は、不規則に観察された価格データからの原資産の収益率の時系列共分散および相関を推定する方法を提案している。この推定方法により、任意のデータ補完を回避し、任意に高頻度で一致性のある時系列共分散および相関推定値を得ることができる。この方法は、市場モデルに非同期取引バイアスに対する修正を加えた Cohen et al. (1983) の結果の一般化である。しかし、Lo and MacKinlay (1990a, b) および Cohen et al. (1983) と異なり、de Jong and Nijman (1997) は真の原資産収益率に系列相関がある場合も考慮に入れている。

論文では、de Jong and Nijman (1997) に基づき、不規則間隔に観測される価格収益率間の時系列共分散と相関を推定する方法を解説する。推定したいパラメータは、真の原資産の（離散時間型）収益率過程の時系列共分散および相関である。価格データは不規則的間隔に配置されるので、すべての期間で収益率を観測できるとは限らない。そこで、ここでは Parzen (1963)、Cohen et al. (1983)、Robinson (1985)、Lo and Mackinlay (1990a, b)、Conley et al. (1995) および Ghysels et al. (1995) に従い、取引回数を生成する過程と価格過程が独立であると仮定する。

論文の構成は以下のとおりである。2節では、記述統計により3つの商品先物の特徴を明らかにしていく。3節では、3つの商品先物の時系列相関関係を推定し、3つの商品先物間のリード・ラグ関係を推定する。

2. 記述統計

本研究では、東京工業品取引所のティックデータを用いてガソリン、灯油、原油の3つの商品先物の時系列関係を調べる。我々は、2005年10月から12月の3ヶ月のティックデータを分析する。

2.1 ガソリン、灯油、原油の3つの先物取引の特徴

ガソリン、灯油、原油の3つの先物市場は、取引の種類がガソリンと灯油が現物先物取引であるのに対し、原油のそれは現金決済先物取引であるので、ガソリンと灯油が類似しているが、原油はガソリンと灯油とは異なる特徴がある。原油の先物取引の対象は、ドバイ原油およびオマーン原油の平均価格を指標とする中東産原油であり、納会日の決済は前場寄付きにおいて全ての建玉を最終決済価格（当月限の最終帳入値段（ドバイ原油およびオマーン原油の平均価格））にて反対売買によって行われる。他方、ガソリンと灯油の先物取引の対象は、日本工業規格に適合するガソリンと灯油であり、日本国内の指定した場所で現物を受け渡しして決済される。したがって、原油先物取引は、現物の受け渡しの伴わない中東産原油の将来価格によって損益が決定される取引であるが、ガソリンと灯油の先物取引は、現物の受け渡しのある元売や流通業者などの当業者の実需やヘッジ目的の取引動機のある取引である。しかしながら、3つの先物取引は、いずれも新甫発会日から納会日までの6ヶ月の限月があり、納会日に期近の限月の取引が終了し、翌日に期先の限月の取引が始まる。3つの先物取引は、すべて1キロリットル当たりで表示され、10円刻みで値段がつけられる。取引単位は、すべて50キロリットルとなっている。

また、制限値段幅は、我々が分析している2005年10月から12月の3ヶ月のデータでは、当月限を除いて、ガソリン、灯油が期近のもので1,200円期先のもので1,600円であり、原油は1,200円である。

3つの先物取引は、前場が9時から11時まで、後場が12時30分から3時30分まで（当時）で、取引は期近限月のものから9時よりからスタートし、順次2分ごとに次の限月の取引がスタートする。したがって、一番期先の限月は9時10分から取引がスタートする。

2.2 データ

我々は、2005年10月から12月の3ヶ月のティックデータを分析している。これは、ティックデータの量が膨大なため、分析対象を3ヶ月に限定したためである。データには、一番期近の限月から最後の限月まで6つの限月が常時存在する。そこでデータの特徴を述べる際には、6つの限月の特徴を述べる。6つの限月を、芹田他（2008）に倣って、番限と呼び、一番期近の限月を番限1、一番期先の限月を番限6と呼ぶことにする。

(図 1a-1c, 表 1a-1c, 表 2a-2c)

最初の3つの図は、3つの商品先物のサンプル期間中の価格と出来高を示している。ここで、価格は一番期先である番限6の終値であり、出来高は全番限の売買

高の合計である。また、この3つの図では、縦軸の左の単位は価格を表し、右の単位は出来高を表す。これら3つの図に対応する基本統計量が表 1a-1c に与えられている。出来高は、ガソリンが最も多く、次いで灯油、最も少ないのが原油である。表 2a-2c には、番限別の売買高のシェアを求め、月ごとに平均をとった番限別出来高月次推移を3つの商品先物について示している。これによれば、ガソリン、灯油では、期近になるほど出来高が少なくなり、最も出来高が多いのは番限6と5であるが、原油では最も期近の番限1よりも番限2や月によっては番限3のほうが出来高が少なくなっており、ガソリン、灯油とは異なっているが、最も出来高が多いのは番限6と5である点はガソリン、灯油と同じである。3つの商品先物で、番限6と5の出来高シェアは75%から90%近くまでである。

(表 3a-3c)

このため、我々は3つの商品先物の時系列相関分析では、最も出来高の多い一番期先の番限6のデータを用いる。表 3a-3c は、3つの商品先物の番限ごとの前場と後場の取引開始時刻と終了時刻の全サンプル期間の平均値が示されている。ガソリンは、後場の開始時刻が遅れ気味であることが、芹田他(2008)と異なる現象である。また、ガソリンの前場の終了時刻が早めに終了しているが、これは芹田他(2008)と同様である。灯油でも、ガソリンと同様に後場の開始時刻が遅れ気味であるが、後場の終了時刻は番限1から3の期近のもので早めに終了しているのはガソリンと異なる点である。原油では、番限1から番限3などの期近のもので、前場と後場の開始時刻が遅れ気味で終了時刻が早めである。これらの特徴は、出来高がガソリンで最も多く、次いで灯油、最も少ないのが原油であることと関係しているように思われる。

(図 2a-2c, 表 4a-4c, 表 5a-5c)

図 2a-2c、表 4a-4c は、3つの商品先物についての30分間隔の平均約定枚数の図と表であり、表 5a-5c は、3つの商品先物についての平均約定枚数シェアである。出来高の大きい順番は、ガソリン、灯油、原油の順なので、平均約定枚数も出来高の大きさに全体として比例している。平均約定枚数シェアについては、ガソリンでは前場と後場の取引開始後の最初の30分間のシェアが全体として期近の番限ほど大きい傾向があること、期先の番限では30分間隔の平均取引シェアが集中しないでより平均化してくる特徴がある。灯油の平均約定枚数シェアについても、同

様な特徴がある。原油の平均約定枚数シェアは、番限1が前場の初めの30分間が50%以上のシェアがあり、この時間取引が集中しているが、番限5（前場の初めの30分間が比較的高いシェアを持つ）を除いて全体としてガソリン、灯油と同様な傾向を持っていると言える。

(表 6a-6c)

表 6a-6c は、3つの商品先物の30分間隔における収益率のボラティリティである。ガソリンでは、番限1, 3で取引開始30分間よりもその直後の30分間のボラティリティが高くなっているが、これは芹田他(2008)の結果と異なる特性である。その他の番限では、芹田他(2008)と同様取引開始30分間のボラティリティが最も高い。後場では、13:00時からの30分間のボラティリティが取引開始30分間のそれよりも高いことが多い(番限1を除く全ての番限で)。また、最後の30分間のボラティリティが高くなる傾向がある。したがって、我々のデータの30分間隔のボラティリティは、芹田他(2008)のデータと異なる特性がある。灯油のボラティリティは、全ての番限で取引開始30分間のボラティリティが最も高い。後場では、番限1を除くと、取引開始30分間よりその次の30分間のほうがボラティリティが高くなっていて、これはガソリン市場と同じ傾向である。また、後場では最後の30分間のボラティリティがその前の30分間よりも高くなっている。原油では、全ての番限で前場の取引開始30分間のボラティリティが明確に高くなっている。後場でも、取引開始30分間のボラティリティが他の時間帯と比べて高くなっている。後場の最後の30分間では、ボラティリティが高まる場合もあるし(番限2, 3, 5, 6) そうでない場合もある(番限1, 4)。

3. ガソリン、灯油、原油の自己相関とクロス相関の推定

この節では、ガソリン、灯油、原油の自己相関とクロス相関を de Jong and Nijman (1997)の方法で推定する。はじめに、de Jong and Nijman (1997)によるクロス共分散の推定を説明する。彼らの方法は、2つの観測された価格の差分の積の期待値を記述しようというものである。2つの価格を p_t と q_t と表し、 p_t の観測値を指標 i で表し、 q_t の観測値を指標 j で表す。このとき p_t の2つの観測値の差は、次のように表される。

$$p_{t_{i+1}} - p_{t_i} = \sum_{t=t_i+1}^{t_{i+1}} \Delta p_t \quad (1)$$

ここで、 $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$ である。(1) 式の右辺は観測されていない価格の収益率の和であり、またここで t_i は、 i 番目の観測値の実際に観測された時刻を表す。このとき2つの価格の差の積は、以下の様に表される。

$$y_{ij} \equiv (p_{t_{i+1}} - p_{t_i})(q_{t_{j+1}} - q_{t_j}) = \sum_{t=t_{i+1}}^{t_{i+1}} \Delta p_t \sum_{s=t_{j+1}}^{t_{j+1}} \Delta q_s \quad (2)$$

もし収益率の期待値がゼロで決定的 (deterministic) な成分を含んでいなければ、(2) 式の期待値は、以下の式で表される。

$$E[y_{ij}] = E\left[\sum_{t=t_{i+1}}^{t_{i+1}} \Delta p_t \sum_{s=t_{j+1}}^{t_{j+1}} \Delta q_s\right] = \sum_{t=t_{i+1}}^{t_{i+1}} \sum_{s=t_{j+1}}^{t_{j+1}} \gamma_{t-s} \quad (3)$$

ただし、 $\gamma_k = Cov[\Delta p_t, \Delta q_{t-k}] = E[\Delta p_t \Delta q_{t-k}]$ である。ここで、 $\Delta q_{t-k} = q_{t-k} - q_{t-k-1}$ である。もし価格の過程と取引パターンが独立であると仮定できれば、(3) 式の最も右の右辺で γ_k が現れる回数を $x_{ij}(k)$ とすると、

$$x_{ij}(k) = \max(0, \min(t_{i+1}, t_{j+1} + k) - \max(t_i, t_j + k)) \quad (4)$$

と表すことが可能である。ここで $x_{ij}(k)$ は、取引時間だけの関数であり、価格には依存しない。したがって、取引時間が与えられれば $x_{ij}(k)$ が求められる。

取引時間が与えられたとき、 y_{ij} の条件付期待値は、

$$E[y_{ij}|x_{ij}] = \sum_{k=-K}^K x_{ij}(k) \gamma_k \quad (5)$$

で与えられる。ここで、 K および $-K$ よりも高次の共分散は全てゼロであると仮定されている。(5) 式より、 $2K+1$ 個の未知の共分散 γ_k を集めたベクトル γ を回帰パラメータ、 x_{ij} ($2K+1$ 個の $x_{ij}(k)$ を集めたベクトル) を説明変数とする回帰式

$$y_{ij} \equiv x'_{ij} \gamma + e_{ij} \quad (6)$$

を考えることが出来、 γ は観測値 y_{ij} と x_{ij} に基づく最小2乗法で推定できる。 y_{ij} が1種類の価格の差の積の場合は、 γ は自己共分散となるが、この場合は $\gamma_k = \gamma_{-k}$ なので x_{ij} の定義を変更する必要がある。クロス相関係数は、 Δp_t と Δq_t の分散の推定値の積の平方根と、共分散の推定値 $\hat{\gamma}_k$ を用いて、

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{(\hat{\gamma}_0^p \hat{\gamma}_0^q)^{1/2}} \quad (7)$$

で推定する。ただし、 $\hat{\gamma}_0^p$ と $\hat{\gamma}_0^q$ は、それぞれ Δp_t と Δq_t の分散 γ_0^p と γ_0^q の推定値である。自己相関係数は、自己共分散の推定値と分散の推定値より推定できる。クロス相関係数の推定量の漸近分散と t 値については、付録に説明してある。

3.1 自己相関係数の推定

表 7a-7c は、3つの商品先物の自己相関係数の推定結果である。ここでは、ゼロでない最大の自己相関係数の大きさ (K) を、5分と10分のデータでは $K=6$ 、1分のデータでは $K=15$ にしてある。これは、de Jong and Nijman (1997) の S & P 500 のインデックスとその先物の分析での K の大きさと同じである。なお、ここには載せていないが、5分と10分のデータでは $K=8, 10$ 、1分のデータでは $K=20, 25$ の場合も分析したがこの論文で報告している結果と比較して大きな違いは認められなかった。

(表 7a)

ガソリンの自己相関係数の推定結果は、5分と10分のデータでは、自己相関係数は5%で有意でない。しかし、10分のデータで、 $k=3$ で自己相関係数は負で10%の有意水準では有意である。1分のデータでは、 $k=1$ で自己相関係数は負で5%の有意水準で有意である。de Jong and Nijman (1997) では、S & P 500 のインデックスの先物でも同じく $k=1$ で自己相関係数は負で有意であったが、彼らはこれをビッド・アスクの変動 (bid-ask bounce) によって生じていると述べている。 $k=8, 10$ の自己相関係数の t 値もかなり大きいだが、5%で有意ではない。これらから、ガソリン先物市場では情報がかなり速く価格に反映されると言ってもよいであろう。ラグゼロの分散は、全てのデータで有意である。

(表 7b)

灯油の自己相関係数の推定結果は、5分と10分のデータでは、5分のデータで $k=1$ で自己相関係数が負で有意である。1分のデータでは、自己相関係数は $k=3, 2, 1$ で有意であり、自己相関係数の符号はそれぞれ負、正、負である。このことは、ガソリンの先物市場と比較したとき、灯油の先物市場では情報が伝達するのに少し多くの時間がかかることを意味していると言えよう。有意となった3つのラグの中で1次の自己相関係数の推定値と t 値の絶対値が特に大きくなっている。また、 $k=14$ の自己相関係数の推定値と t 値がかなり大きな値で、10%有意水準で有意である。ラグゼロの分散は、全てのデータで有意である。

(表 7c)

原油の自己相関係数の推定結果は、5分と10分のデータでは、5分のデータで $k=1$ で自己相関係数が正で有意であり、10分のデータでは自己相関係数がやはり正で10%の有意水準で有意である。これは、ガソリンや灯油とは異なる特性である。1分のデータでは、 $k=9, 2, 1$ で自己相関係数が有意で、3つとも符号は負である。なぜ $k=9$ という高次のラグで自己相関係数が有意になるのか明白な理由が見つからない。灯油の先物市場と同様に、原油の先物市場でも情報が直ちには伝達しないことを示しているように思われる。ラグゼロの分散は、全てのデータで有意である。

3. 2 クロス相関係数の推定

表 8a-8c は3つの商品先物のクロス相関係数の推定結果である。ここでは、ゼロでない最大のクロス相関係数の大きさ (K) を、自己相関係数と同様に5分と10分のデータでは $K=6, 1$ 分のデータでは $K=15$ にしてある。自己相関係数の推定結果と同様に、ここには載せていないが、5分と10分のデータでは $K=8, 10$, 1分のデータでは $K=20, 25$ の場合も分析したがこの論文で報告している結果と比較して大きな違いは認められなかった。ガソリンと原油のクロス相関係数の推定結果は、 $\rho_k = Cov[\Delta p_t, \Delta q_{t-k}] / (\gamma_0^p \gamma_0^q)^{1/2}$ の推定結果で、 p はガソリンを、 q は原油の場合である。ここでラグは k を意味し、 k が正ならガソリンに対し原油は遅れていて、 k が負なら逆にガソリンに対し原油は先行している。したがって、正の k に対するクロス相関係数が正の場合は、原油がガソリンに対し予測能力を持つことを意味する。ガソリンと灯油のクロス相関係数の推定結果が与えられている表 8b、灯油と原油のクロス相関係数の推定結果が与えられている表 8c についても、ラグは同様な意味を持つ。したがって、ガソリンと灯油のクロス相関係数の推定結果から2つの商品先物の先行・遅行関係を議論するときのガソリンと灯油の順番に注意する必要がある。同じく、灯油と原油のクロス相関係数の推定結果から2つの商品先物の先行・遅行関係を議論するときの灯油と原油の順番は重要である。

(表 8a)

ガソリンと原油のクロス相関係数の推定結果は、5分のデータでは $k=-1, 0, 1$ で有意に正である。このうち、 $k=0$ でのクロス相関係数と t 値が最も大きい。10分のデータでは、 $k=0, 1$ でクロス相関係数は有意に正であり、5分の結果と同様に0次のクロス相関係数と t 値が最も大きい。10分のデータの結果は、5分のデータの結果と矛盾しない。1分のデータでは、 $k=-2, -4, -5, -6$ でクロス相関係数は有意に正である。これは、ガソリン収益率は原油の収益率に対し予測能

力があるということを意味する。この結果は、5分と10分のデータの結果と整合的である。kが正のときは、k=5、8、11、12、13、14で5%有意水準では有意でないが10%有意水準では有意である。ただし、この6回のうち、4回が負で2回が正である。したがって、原油の収益率のガソリンの収益率に対する予測能力はそれ程強くない。この結果は、5分のデータの結果と対応していない。k=0では10%でも有意でなかった。

(表 8b)

ガソリンと灯油のクロス相関係数の推定結果は、5分のデータではk=-1、0で負で有意である。k=-1で有意であるが、クロス相関係数の値とt値の大きさから、ガソリン収益率の灯油収益率に対する反対方向（ガソリン収益率が正（負）のときは遅れて灯油収益率が負（正）になる）の予測能力は大きくない。クロス相関係数の値とt値の大きさから、k=0の同時点のクロス相関係数が最も強い。10分のデータでは、k=-3、-1、0、6で有意だが、k=-1のクロス相関係数の値は正である。この結果は、5分のデータの結果と対応しない。しかし10分のデータでのガソリン収益率の灯油収益率に対する10分後の予測能力は、同時点のガソリン収益率と灯油収益率の関係と比べて強くはない。1分のデータでは、k=-4、-2、0で負で有意、k=1で正で有意である。したがって、ガソリン収益率は4分、2分後に灯油収益率に対し反対方向の予測能力があり、また逆に灯油収益率が1分後にガソリン収益率に予測能力を持つ。k=-4、-2、0で負で有意の結果は、5分のデータの結果と全体として矛盾しない。

(表 8c)

灯油と原油のクロス相関係数の推定結果は、5分のデータではk=-4、-1、0、1でクロス相関係数は負で有意である。クロス相関係数の値とt値の大きさでは、k=0が最も絶対値が大きい。10分のデータでは、k=-4、0、1で有意であり、k=0で負で有意、k=1で正で有意であった。10分のデータのk=0で負で有意な結果は、5分の結果と整合的であるが、10分のデータのk=1で正で有意な結果は、5分のデータの結果と対応しない。1分のデータでは、k=-9、-8、-2、8で有意である。そのうち、k=-9、-2ではクロス相関係数は負であり、k=-8、8で正である。1分のデータで灯油と原油の先物の収益率の間に一貫した強い予測能力があるとは言えない。クロス相関係数の値から、有意であるが、2つの先物の間の予測能力は強

くはない。1分のデータの結果は、必ずしも5分のデータや10分のデータの結果と対応しない。5分のデータの $k=0$ の結果は、1分の場合の $k=-2$ の負で有意な結果と矛盾しないが、5分のデータの $k=-1$ の結果は、1分のデータの $k=-9$ で負で有意な結果と整合的だが1分のデータの場合の $k=-8$ の結果と対応しない。また、1分のデータの $k=8$ で有意で正という結果と5分の $k=1$ の有意で負のクロス相関係数と対応していない。1分のデータでは、 $k=0$ では有意でなかった。

4. おわりに

ガソリン、灯油、原油のエネルギー商品先物の記述統計を求め、3つの収益率の時系列相関関係を調べた。ガソリンに関しては、芹田他(2008)が2003年2月から2004年2月の13ヶ月のデータを調べており、本論文で扱ったガソリンと似た特性を得ている。しかし我々のデータは2005年10月から12月の3ヶ月間であり、芹田他(2008)のデータと比較して全般に取り引きが少なくなっており、そのため我々のデータは異なる特性を示すこともあった。3つの商品先物の時系列相関関係については、個々に有意な相関関係があるが、全般として1, 5, 10分のデータの整合性が弱い、とくに1分のデータと5, 10分のデータの間の整合性が弱い事が多かった。したがって、3つの商品先物の間の時系列相関関係は明確なパターンは無く、強くないと言える。その中で強いて言えば、ガソリンと原油の関係については、ガソリン収益率が原油収益率に対し比較的頑健な予測能力を持つと言えよう。

付録 クロス相関係数の推測について

クロス相関係数 $\rho_k = \frac{\gamma_k}{(\hat{\gamma}_0^p \hat{\gamma}_0^q)^{1/2}}$ の推測には、その推定量 $\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{(\hat{\gamma}_0^p \hat{\gamma}_0^q)^{1/2}}$ の漸近分散を如何に得るかが問題となる。この際、 $\hat{\gamma}_0^p, \hat{\gamma}_0^q$ と $\hat{\gamma}_k$ との相関をどうするかが問題である。まず、

$\begin{pmatrix} \hat{\gamma}_k - \gamma_k \\ \hat{\gamma}_0^p - \gamma_0^p \\ \hat{\gamma}_0^q - \gamma_0^q \end{pmatrix}$ の漸近共分散行列を White (1980) の推定方法で推定する。すべての y_{ij} と $x_{ij}(k)$ の観測値を集めたベクトル y と行列 X を用いて、(6) 式を以下のように書き直す。

$$y = X\gamma + e \quad (8)$$

(2) の代わりに1つの価格の差の積を、

$$y_{ij}^p \equiv (p_{t_{i+1}} - p_{t_i})(p_{t_{j+1}} - p_{t_j}) \quad (9)$$

$$y_{ij}^q \equiv (q_{t_{i+1}} - q_{t_i})(q_{t_{j+1}} - q_{t_j}) \quad (10)$$

とし、 y_{ij}^p と y_{ij}^q を用いた場合の (8) に相当する式を

$$y^p = X^p \gamma^p + e^p \quad (11)$$

$$y^q = X^q \gamma^q + e^q \quad (12)$$

と書く。ただし、 y^p と X^p は、 y_{ij}^p と y_{ij}^p のときの説明変数 $x_{ij}^p(k)$ の観測値を集めたベクトルと行列であり、 y^q と X^q は、 y_{ij}^q と y_{ij}^q のときの説明変数 $x_{ij}^q(k)$ の観測値を集めたベクトルと行列である。

このとき、 $(\hat{\gamma} - \gamma)$ の漸近共分散行列は、

$$AV[(\hat{\gamma} - \gamma)] = (X'X)^{-1} X' E[ee'] X (X'X)^{-1} \quad (13)$$

で与えられる。ただし、 $AV[\cdot]$ は、漸近共分散行列を意味する。同様に、 $(\hat{\gamma}^p - \gamma^p)$ と $(\hat{\gamma}^q - \gamma^q)$ の漸近共分散行列は、

$$AV[(\hat{\gamma}^p - \gamma^p)] = (X^{p'} X^p)^{-1} X^{p'} E[e^p e^{p'}] X^p (X^{p'} X^p)^{-1} \quad (14)$$

$$AV[(\hat{\gamma}^q - \gamma^q)] = (X^{q'} X^q)^{-1} X^{q'} E[e^q e^{q'}] X^q (X^{q'} X^q)^{-1} \quad (15)$$

で与えられる。次に、 $(\hat{\gamma} - \gamma)$ と $(\hat{\gamma}^p - \gamma^p)$ の漸近共分散行列は、

$$ACOV[(\hat{\gamma} - \gamma), (\hat{\gamma}^p - \gamma^p)] = (X'X)^{-1} X' E[ee^{p'}] X^p (X^{p'} X^p)^{-1}, \quad (16)$$

で与えられ、 $(\hat{\gamma} - \gamma)$ と $(\hat{\gamma}^q - \gamma^q)$ の漸近共分散行列は、

$$ACOV[(\hat{\gamma} - \gamma), (\hat{\gamma}^q - \gamma^q)] = (X'X)^{-1} X' E[ee^{q'}] X^q (X^{q'} X^q)^{-1}, \quad (17)$$

で与えられ、 $(\hat{\gamma}^p - \gamma^p)$ と $(\hat{\gamma}^q - \gamma^q)$ の漸近共分散行列は、

$$\begin{aligned} ACOV[(\hat{\gamma}^p - \gamma^p), (\hat{\gamma}^q - \gamma^q)] \\ = (X^{p'} X^p)^{-1} X^{p'} E[e^p e^{q'}] X^q (X^{q'} X^q)^{-1}, \end{aligned} \quad (18)$$

で与えられる。ここで、例えば (16) は、 $\begin{pmatrix} \hat{\gamma} - \gamma \\ \hat{\gamma}^p - \gamma^p \end{pmatrix}$ の漸近分布の共分散行列のうち、 $(\hat{\gamma} - \gamma)$ と $(\hat{\gamma}^p - \gamma^p)$ の共分散行列に対応するものである。

$\begin{pmatrix} \hat{\gamma}_k - \gamma_k \\ \hat{\gamma}_0^p - \gamma_0^p \\ \hat{\gamma}_0^q - \gamma_0^q \end{pmatrix}$ の漸近共分散行列は、(13) ~ (18) から得られ、これを今 Ω と書く。このとき、クロス相関係数の推定量の漸近分散、すなわち、 $(\hat{\rho}_k - \rho_k)$ の漸近分散は、delta method (例えば、Hayashi (2000) 参照) で求める。 ρ_k は、 $\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q$ の関数で、 $\rho_k \equiv f(\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q)$ と書けば、 ρ_k の $\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q$ についての偏微分

行列 $F(\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q)$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned} F(\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q) &\equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_k}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial \rho_k}{\partial \gamma_0^p} & \frac{\partial \rho_k}{\partial \gamma_0^q} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{(\gamma_0^p \gamma_0^q)^{1/2}} & -\frac{1}{2} \frac{\gamma_k}{(\gamma_0^p)^{3/2} (\gamma_0^q)^{1/2}} & -\frac{1}{2} \frac{\gamma_k}{(\gamma_0^p)^{1/2} (\gamma_0^q)^{3/2}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

このとき、 $(\hat{\rho}_k - \rho_k)$ の漸近分散は、次のようになる。

$$AV[(\hat{\rho}_k - \rho_k)] = F(\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q) \Omega F(\gamma_k, \gamma_0^p, \gamma_0^q)' \quad (20)$$

したがって、 $(\hat{\rho}_k - \rho_k)$ の漸近分散の推定値は、

$$\widehat{AV}[(\hat{\rho}_k - \rho_k)] = F(\hat{\gamma}_k, \hat{\gamma}_0^p, \hat{\gamma}_0^q) \widehat{\Omega} F(\hat{\gamma}_k, \hat{\gamma}_0^p, \hat{\gamma}_0^q)' \quad (21)$$

となる。クロス相関係数の t 値は、 $\hat{\rho}_k$ と (21) を用いて計算する。自己相関係数の推定量の漸近分散と t 値も、同様にして求める。

参考文献

芹田敏夫、坂本智幸、山岡博士、2008. 「ガソリン先物市場の日中の価格形成と流動性：取引データに基づく実証研究」先物取引研究 第11巻第1号、33-59.

Cohen, K., Hawawimi, G., Maier, S., Schwartz, R., Whitcomb, D., 1983. Friction in the trading process and the estimation of systematic risk. *Journal of Financial Economics* 12, 263-278.

Conley, T., Hansen, L.P., Luttmer, E., Scheinkman, J., 1995. Short term interest rates as subordinated diffusions. Unpublished working paper.

de Jong, F., Nijman, T., 1997. High frequency analysis of lead-lag relationships between financial markets, *Journal of Empirical Finance* 4, 259-277.

Ghysels, E., Gouriéroux, C., Jasiak, J., 1995. Market time and asset price movements: Theory and estimation. Discussion paper CIRANO and CREST.

Hayashi, F., 2000. *Econometrics*, Princeton University Press, Princeton.

Lo, A., MacKinlay, A.C., 1990a. An econometric analysis of infrequent trading. *Journal of Econometrics* 45,181-211.

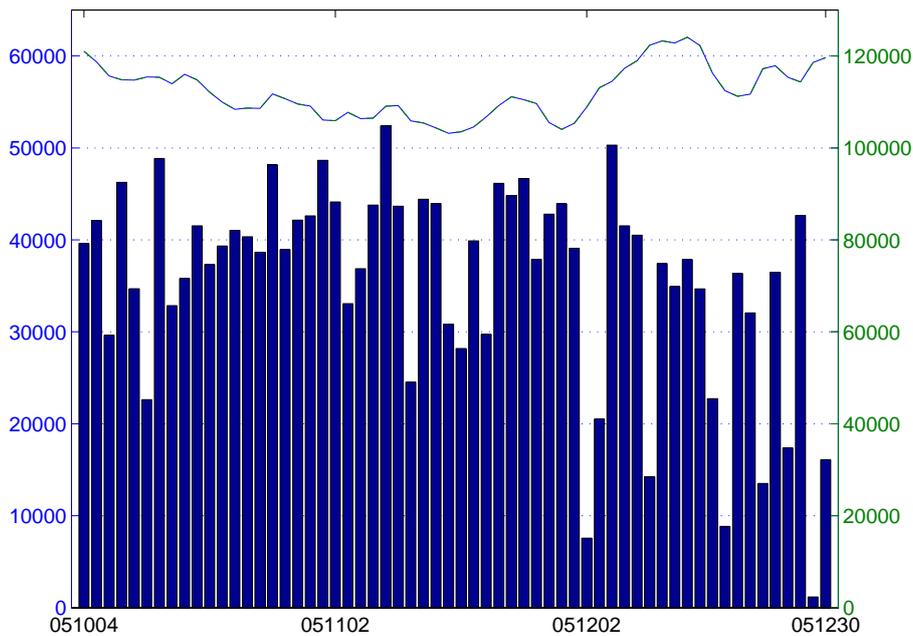
Lo, A., MacKinlay, A.C., 1990b. When are contrarian profits due to stock market overreaction?. *Review of Financial Studies* 3, 175-205.

Parzen, E., 1963. On spectral analysis with missing observations and amplitude modulation. *Shankya, series A* 25, 383-392.

Robinson, P.M., 1985. Testing for serial correlation in regression with missing observations. *Journal of the Royal Statistical Society B* 47, 429-437.

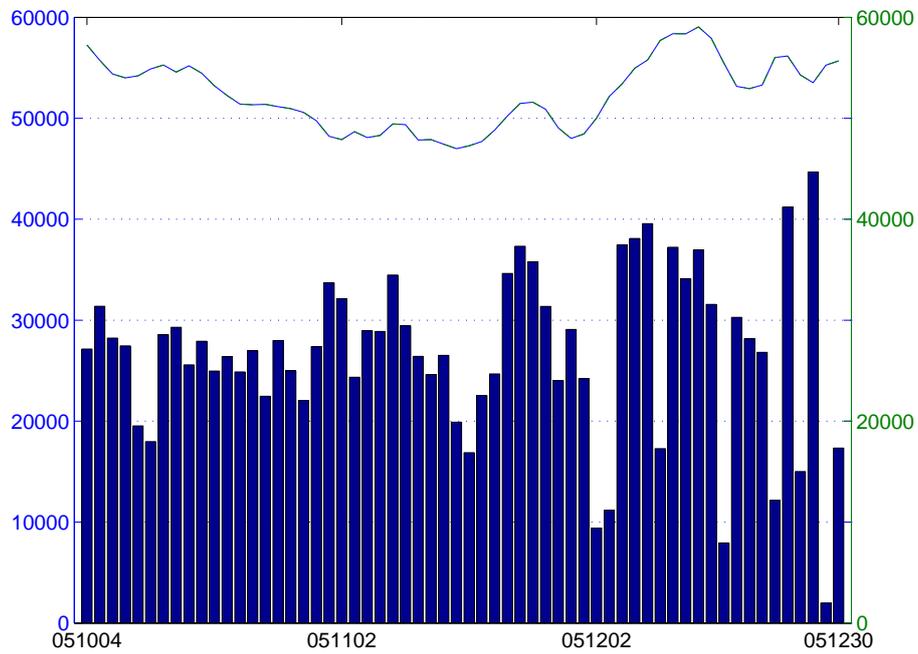
White, H., 1980, A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity, *Econometrica* 48, 817-838.

図 1a サンプル期間中の価格と出来高の推移 (ガソリンの場合)



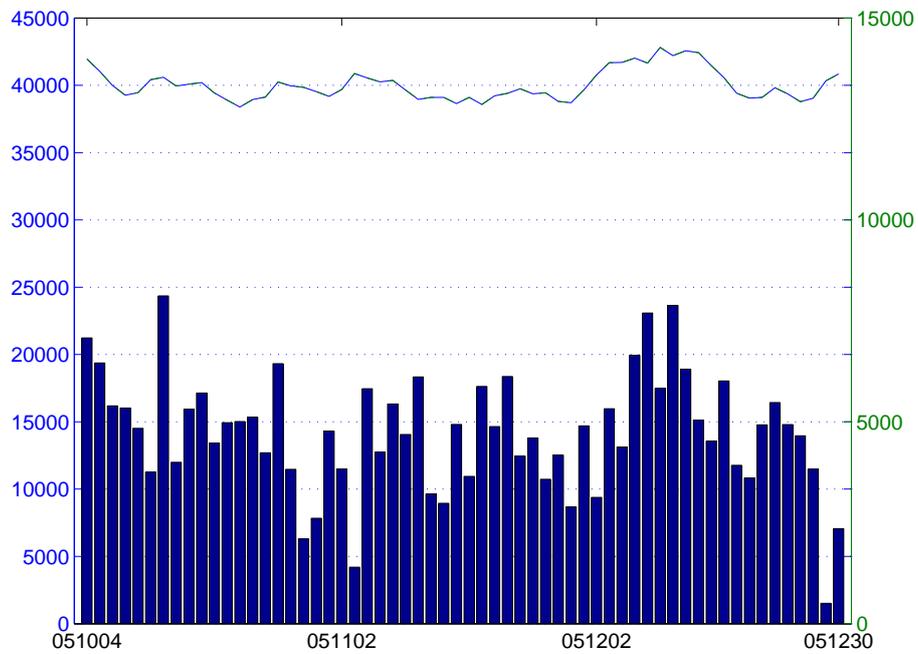
(註) 先物価格は番限 6 の終値、売買高は全番限の売買高の合計 (枚)

図 1b サンプル期間中の価格と出来高の推移（灯油の場合）



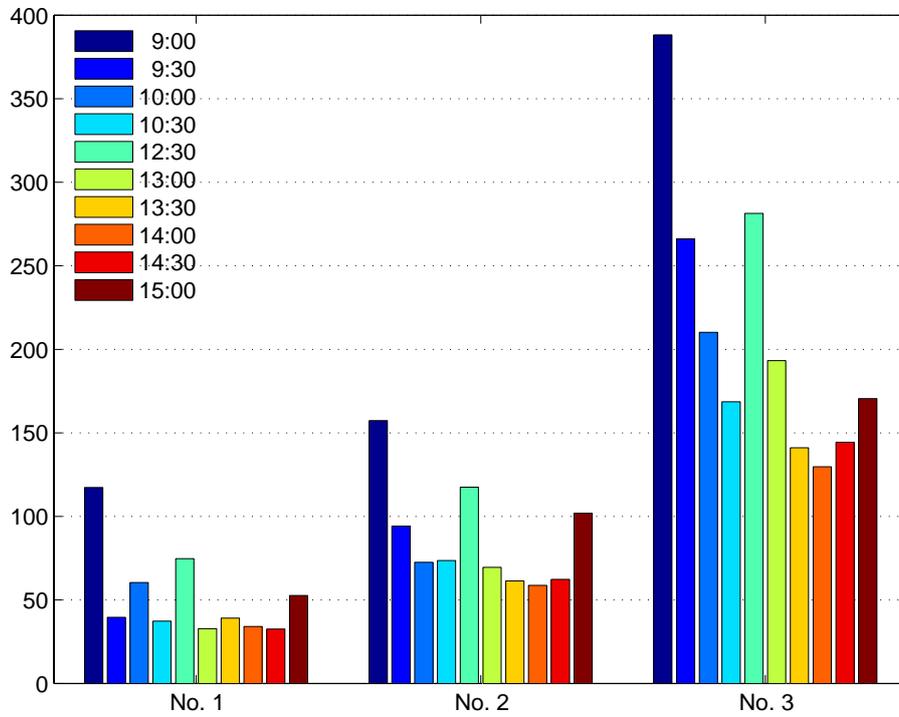
(註) 先物価格は番限 6 の終値、売買高は全番限の売買高の合計（枚）

図 1c サンプル期間中の価格と出来高の推移（原油の場合）

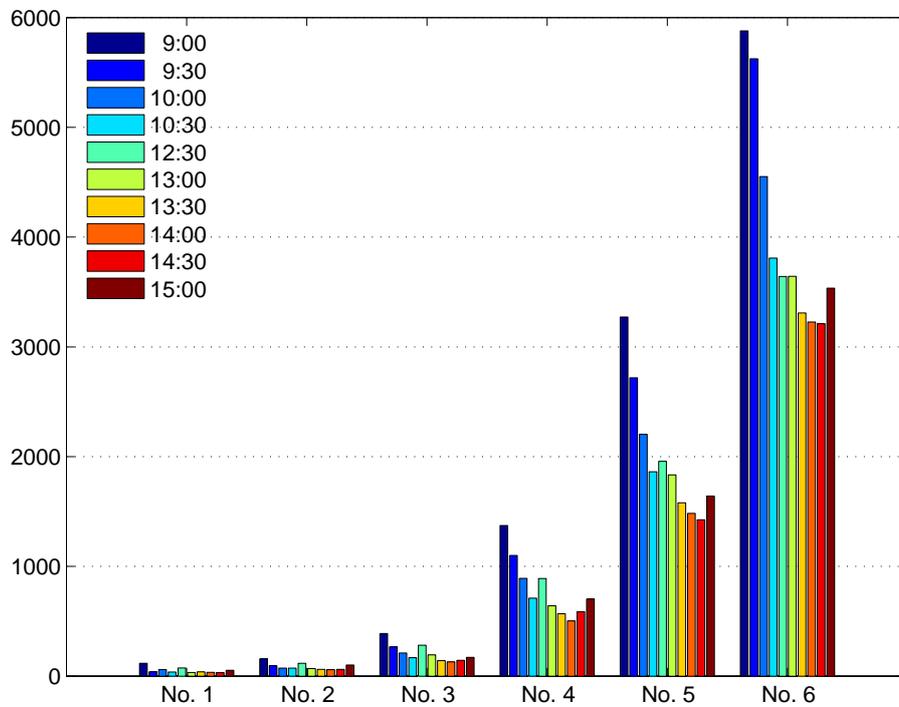


(註) 先物価格は番限 6 の終値、売買高は全番限の売買高の合計（枚）

図 2a 30 分間隔の平均約定枚数 (ガソリンの場合)

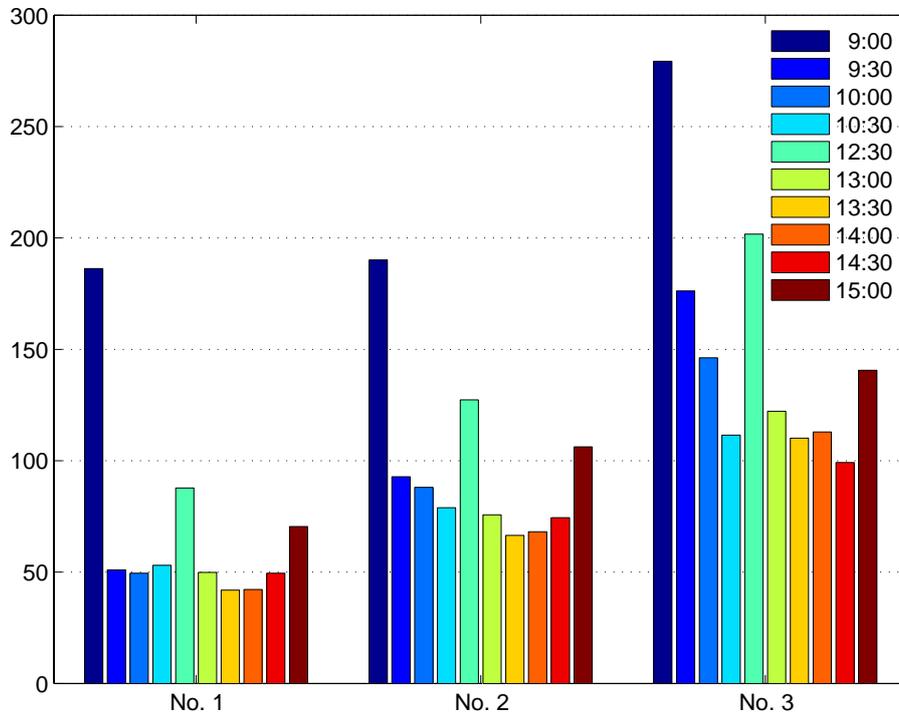


(a) 番限 1 から番限 3

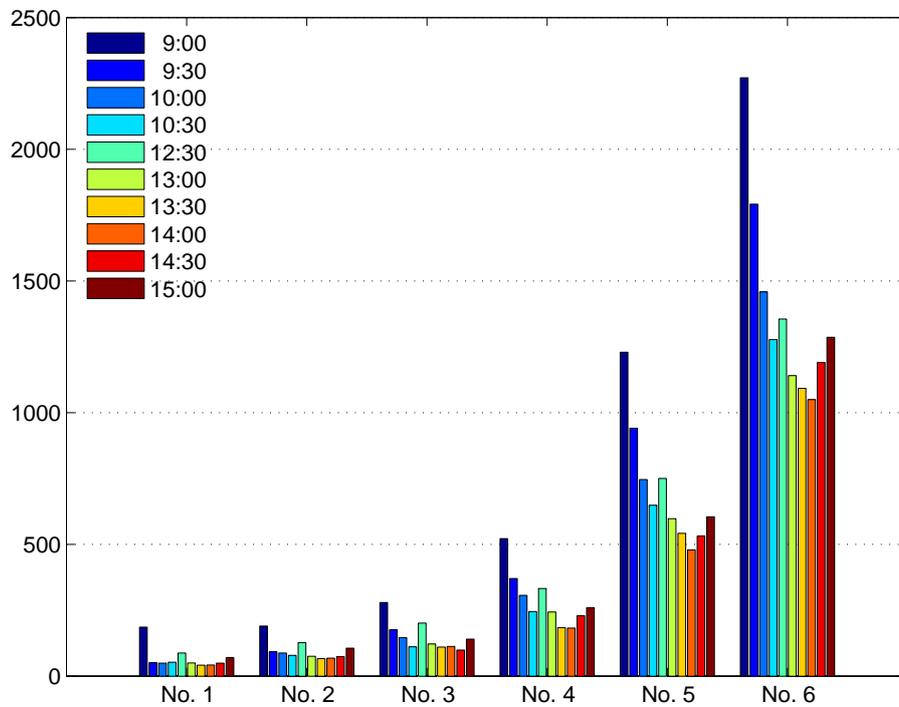


(b) 番限 1 から番限 6

図 2b 30 分間隔の平均約定枚数（灯油の場合）

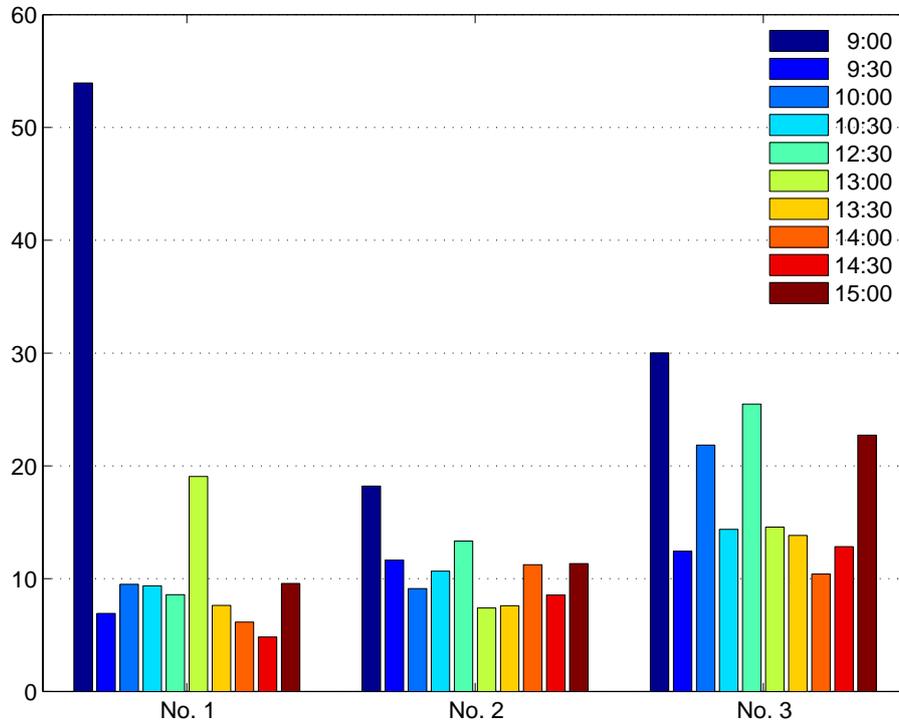


(a) 番限 1 から番限 3

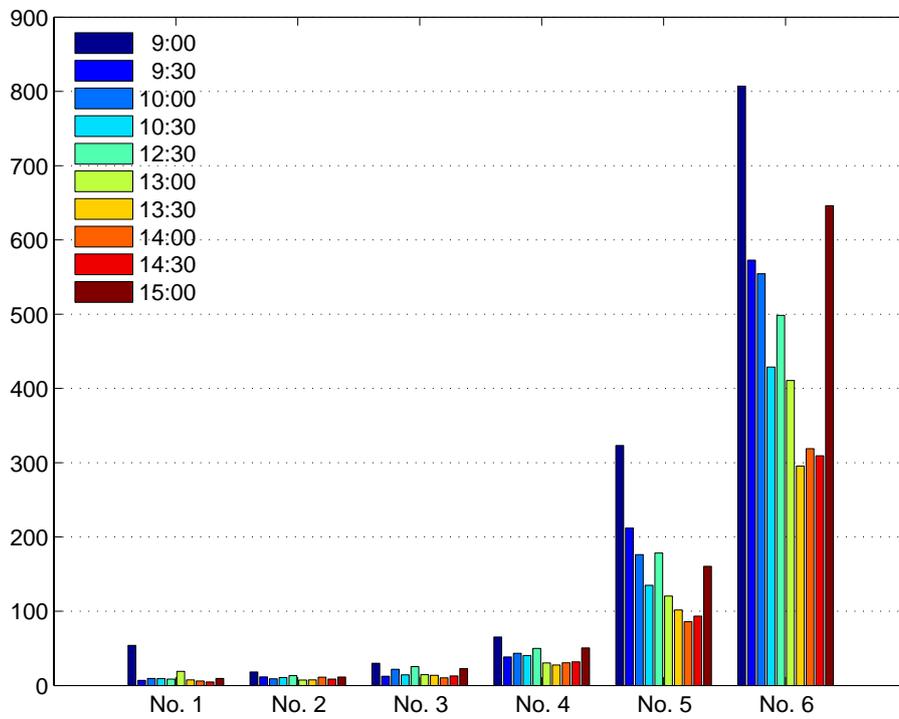


(b) 番限 1 から番限 6

図 2c 30 分間隔の平均約定枚数（原油の場合）



(a) 番限 1 から番限 3



(b) 番限 1 から番限 6

表 1a 基本統計量（ガソリンの場合）

| | 終値（期先） | 収益率 | 出来高 | 約定総代金 |
|-------------|------------|---------|-------------|-----------------|
| サンプル サイズ | 60 | 59 | 60 | 60 |
| 平均 | 56095.7932 | -0.0002 | 71148.3333 | 3974452488.2333 |
| 標準偏差 | 2809.4014 | 0.0199 | 22615.5295 | 1249166353.1300 |
| 最大値 | 62043.0327 | 0.0483 | 104772.0000 | 5759777466.7928 |
| 最小値 | 51581.7556 | -0.0499 | 2338.0000 | 138643400.0000 |

（註）終値は番限 6 の終値（円）、出来高は全番限の出来高の合計（枚）

表 1b 基本統計量（灯油の場合）

| | 終値（期先） | 収益率 | 出来高 | 約定総代金 |
|-------------|------------|---------|------------|-----------------|
| サンプル サイズ | 60 | 59 | 60 | 60 |
| 平均 | 52319.4253 | -0.0005 | 26654.3167 | 1396735739.9346 |
| 標準偏差 | 3371.4075 | 0.0211 | 8366.6447 | 467798470.7706 |
| 最大値 | 59050.0616 | 0.0498 | 44679.0000 | 2391110149.2444 |
| 最小値 | 46985.5326 | -0.0431 | 1969.0000 | 108806940.0000 |

（註）終値は番限 6 の終値（円）、出来高は全番限の出来高の合計（枚）

表 1c 基本統計量（原油の場合）

| | 終値（期先） | 収益率 | 出来高 | 約定総代金 |
|-------------|------------|---------|------------|----------------|
| サンプル サイズ | 60 | 59 | 60 | 60 |
| 平均 | 40022.3660 | -0.0005 | 7100.1833 | 284976809.8565 |
| 標準偏差 | 1116.7117 | 0.0157 | 2210.2090 | 92783437.3483 |
| 最大値 | 42815.5159 | 0.0326 | 12176.0000 | 499040961.5672 |
| 最小値 | 38383.6885 | -0.0290 | 754.0000 | 30408820.0000 |

（註）終値は番限 6 の終値（円）、出来高は全番限の出来高の合計（枚）

表 2a 番限別出来高月次推移（ガソリンの場合）

(単位:%)

| | 2005 年 | | |
|-------|--------|------|------|
| | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
| No. 1 | 0.6 | 0.6 | 0.9 |
| No. 2 | 1.3 | 0.8 | 1.7 |
| No. 3 | 2.1 | 2.2 | 5.4 |
| No. 4 | 6.9 | 17.2 | 8.3 |
| No. 5 | 41.5 | 18.6 | 21.3 |
| No. 6 | 47.7 | 60.6 | 62.4 |

(註) 日次データより各番限の売買高シェアを求め、月毎に平均を取った。

表 2b 番限別出来高月次推移（灯油の場合）

(単位:%)

| | 2005 年 | | |
|-------|--------|------|------|
| | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
| No. 1 | 2.2 | 2.4 | 2.4 |
| No. 2 | 3.8 | 2.9 | 4.0 |
| No. 3 | 3.9 | 5.9 | 7.2 |
| No. 4 | 8.1 | 13.8 | 9.9 |
| No. 5 | 30.5 | 24.3 | 24.8 |
| No. 6 | 51.5 | 50.8 | 51.7 |

(註) 日次データより各番限の売買高シェアを求め、月毎に平均を取った。

表 2c 番限別出来高月次推移（原油の場合）

(単位:%)

| | 2005 年 | | |
|-------|--------|------|------|
| | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
| No. 1 | 1.3 | 4.9 | 3.1 |
| No. 2 | 1.0 | 1.7 | 1.3 |
| No. 3 | 1.8 | 3.3 | 2.3 |
| No. 4 | 7.0 | 5.4 | 5.6 |
| No. 5 | 31.8 | 25.3 | 23.7 |
| No. 6 | 57.0 | 59.4 | 64.0 |

(註) 日次データより各番限の売買高シェアを求め、月毎に平均を取った。

表 3a 取引開始時刻、終了時刻（ガソリンの場合）

(h:m:s)

| | 前場 | | | 後場 | | |
|-------|--------|---------|------|---------|---------|------|
| | 開始 * | 終了 | 集計日数 | 開始 * | 終了 | 集計日数 |
| No. 1 | 9 : 01 | 10 : 53 | 60 | 12 : 42 | 15 : 29 | 60 |
| No. 2 | 9 : 02 | 10 : 58 | 60 | 12 : 35 | 15 : 28 | 60 |
| No. 3 | 9 : 04 | 10 : 59 | 60 | 12 : 37 | 15 : 29 | 60 |
| No. 4 | 9 : 06 | 10 : 59 | 60 | 12 : 39 | 15 : 28 | 60 |
| No. 5 | 9 : 08 | 10 : 59 | 60 | 12 : 41 | 15 : 29 | 60 |
| No. 6 | 9 : 10 | 10 : 59 | 60 | 12 : 43 | 15 : 29 | 60 |

(註) 時刻は、全サンプル期間の平均値

表 3b 取引開始時刻、終了時刻（灯油の場合）

(h:m:s)

| | 前場 | | | 後場 | | |
|-------|--------|---------|------|---------|---------|------|
| | 開始 * | 終了 | 集計日数 | 開始 * | 終了 | 集計日数 |
| No. 1 | 9 : 00 | 10 : 53 | 60 | 12 : 42 | 15 : 26 | 60 |
| No. 2 | 9 : 02 | 10 : 57 | 60 | 12 : 35 | 15 : 24 | 60 |
| No. 3 | 9 : 04 | 10 : 58 | 60 | 12 : 37 | 15 : 24 | 60 |
| No. 4 | 9 : 06 | 10 : 58 | 60 | 12 : 39 | 15 : 28 | 60 |
| No. 5 | 9 : 08 | 10 : 59 | 60 | 12 : 41 | 15 : 28 | 60 |
| No. 6 | 9 : 10 | 10 : 59 | 60 | 12 : 42 | 15 : 29 | 60 |

(註) 時刻は、全サンプル期間の平均値

表 3c 取引開始時刻、終了時刻（原油の場合）

(h:m:s)

| | 前場 | | | 後場 | | |
|-------|--------|---------|------|---------|---------|------|
| | 開始 * | 終了 | 集計日数 | 開始 * | 終了 | 集計日数 |
| No. 1 | 9 : 05 | 10 : 23 | 60 | 12 : 54 | 15 : 15 | 60 |
| No. 2 | 9 : 04 | 10 : 28 | 60 | 12 : 40 | 15 : 11 | 60 |
| No. 3 | 9 : 05 | 10 : 46 | 60 | 12 : 38 | 15 : 20 | 60 |
| No. 4 | 9 : 06 | 10 : 52 | 60 | 12 : 39 | 15 : 28 | 60 |
| No. 5 | 9 : 08 | 10 : 58 | 60 | 12 : 41 | 15 : 28 | 60 |
| No. 6 | 9 : 10 | 10 : 59 | 60 | 12 : 43 | 15 : 29 | 60 |

(註) 時刻は、全サンプル期間の平均値

表 4a 30 分間隔の平均約定枚数（ガソリンの場合）

（単位：枚）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 117 | 40 | 60 | 37 | 75 | 33 | 39 | 34 | 33 | 53 |
| No. 2 | 157 | 94 | 73 | 74 | 117 | 70 | 61 | 59 | 62 | 102 |
| No. 3 | 388 | 266 | 210 | 169 | 281 | 193 | 141 | 130 | 144 | 171 |
| No. 4 | 1372 | 1099 | 890 | 711 | 890 | 641 | 569 | 503 | 588 | 702 |
| No. 5 | 3272 | 2719 | 2203 | 1863 | 1957 | 1834 | 1580 | 1483 | 1425 | 1639 |
| No. 6 | 5879 | 5625 | 4551 | 3808 | 3641 | 3642 | 3309 | 3227 | 3211 | 3535 |

表 4b 30 分間隔の平均約定枚数（灯油の場合）

（単位：枚）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 186 | 51 | 50 | 53 | 88 | 50 | 42 | 42 | 49 | 70 |
| No. 2 | 190 | 93 | 88 | 79 | 127 | 76 | 67 | 68 | 74 | 106 |
| No. 3 | 279 | 176 | 146 | 111 | 202 | 122 | 110 | 113 | 99 | 141 |
| No. 4 | 522 | 370 | 307 | 245 | 333 | 244 | 184 | 182 | 229 | 260 |
| No. 5 | 1230 | 941 | 747 | 649 | 750 | 598 | 542 | 479 | 532 | 605 |
| No. 6 | 2271 | 1792 | 1458 | 1278 | 1356 | 1141 | 1092 | 1050 | 1191 | 1286 |

表 4c 30 分間隔の平均約定枚数（原油の場合）

（単位：枚）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 54 | 7 | 10 | 9 | 9 | 19 | 8 | 6 | 5 | 10 |
| No. 2 | 18 | 12 | 9 | 11 | 13 | 7 | 8 | 11 | 9 | 11 |
| No. 3 | 30 | 12 | 22 | 14 | 25 | 15 | 14 | 10 | 13 | 23 |
| No. 4 | 65 | 38 | 43 | 40 | 50 | 30 | 28 | 31 | 32 | 51 |
| No. 5 | 323 | 212 | 176 | 135 | 178 | 120 | 102 | 86 | 93 | 161 |
| No. 6 | 807 | 573 | 554 | 429 | 498 | 411 | 295 | 319 | 309 | 646 |

表 5a 30 分間隔の平均約定枚数シェア（ガソリンの場合）

（単位：％）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 23.4 | 7.6 | 11.8 | 7.1 | 14.2 | 6.0 | 7.3 | 6.4 | 6.2 | 9.9 |
| No. 2 | 18.2 | 11.0 | 8.6 | 8.7 | 13.7 | 7.5 | 6.9 | 6.8 | 7.0 | 11.6 |
| No. 3 | 18.8 | 12.9 | 10.0 | 8.2 | 13.5 | 9.0 | 6.6 | 6.2 | 6.7 | 8.2 |
| No. 4 | 17.4 | 14.0 | 11.3 | 9.0 | 11.1 | 7.9 | 7.1 | 6.2 | 7.2 | 8.7 |
| No. 5 | 16.6 | 13.6 | 11.0 | 9.3 | 9.7 | 8.7 | 7.9 | 7.4 | 7.2 | 8.4 |
| No. 6 | 14.7 | 14.1 | 11.3 | 9.5 | 8.9 | 8.9 | 8.1 | 7.9 | 7.8 | 8.6 |

（註）シェアは、各限月の 1 日分を 100 %とした時の各時間帯の占める割合を日次で算出し、全サンプル期間での平均

表 5b 30 分間隔の平均約定枚数シェア（灯油の場合）

（単位：％）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 28.5 | 7.7 | 7.0 | 7.6 | 12.8 | 7.1 | 6.0 | 6.1 | 7.1 | 10.0 |
| No. 2 | 19.8 | 10.0 | 9.3 | 8.5 | 13.1 | 7.7 | 6.8 | 6.9 | 7.5 | 10.4 |
| No. 3 | 19.3 | 12.0 | 10.0 | 7.6 | 13.6 | 7.9 | 7.2 | 7.2 | 6.4 | 8.8 |
| No. 4 | 18.6 | 13.1 | 10.7 | 8.5 | 11.6 | 8.3 | 6.4 | 6.2 | 7.6 | 9.0 |
| No. 5 | 17.7 | 13.4 | 10.6 | 9.3 | 10.5 | 8.4 | 7.5 | 6.6 | 7.3 | 8.6 |
| No. 6 | 16.5 | 13.0 | 10.6 | 9.3 | 9.7 | 8.1 | 7.8 | 7.5 | 8.5 | 9.1 |

（註）シェアは、各限月の 1 日分を 100 %とした時の各時間帯の占める割合を日次で算出し、全サンプル期間での平均

表 5c 30 分間隔の平均約定枚数シェア（原油の場合）

（単位：％）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 54.1 | 4.8 | 5.7 | 6.0 | 7.6 | 3.4 | 4.2 | 3.5 | 2.5 | 8.2 |
| No. 2 | 21.1 | 10.2 | 7.1 | 7.9 | 14.7 | 6.0 | 6.2 | 9.9 | 6.1 | 10.9 |
| No. 3 | 18.5 | 7.0 | 12.5 | 7.5 | 15.5 | 7.5 | 6.9 | 5.2 | 6.8 | 12.5 |
| No. 4 | 16.9 | 10.0 | 10.4 | 9.9 | 12.8 | 6.9 | 6.5 | 6.8 | 7.3 | 12.5 |
| No. 5 | 21.2 | 13.8 | 10.9 | 8.6 | 11.3 | 7.1 | 6.1 | 5.4 | 5.5 | 10.2 |
| No. 6 | 16.6 | 12.0 | 11.6 | 9.0 | 10.2 | 8.4 | 6.0 | 6.6 | 6.3 | 13.3 |

（註）シェアは、各限月の 1 日分を 100 %とした時の各時間帯の占める割合を日次で算出し、全サンプル期間での平均

表 6a 30 分間隔におけるリターンのボラティリティ（ガソリンの場合）

（単位：x1,000）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 4.598 | 5.587 | 2.871 | 3.161 | 3.911 | 2.793 | 2.370 | 2.240 | 1.979 | 2.583 |
| No. 2 | 5.385 | 5.169 | 2.974 | 3.143 | 3.378 | 3.803 | 2.269 | 2.430 | 1.923 | 2.862 |
| No. 3 | 4.915 | 5.110 | 3.573 | 2.893 | 3.085 | 3.577 | 2.466 | 2.219 | 1.973 | 3.444 |
| No. 4 | 6.011 | 5.301 | 4.244 | 3.568 | 2.696 | 3.816 | 2.453 | 2.853 | 2.107 | 3.890 |
| No. 5 | 6.683 | 5.404 | 4.168 | 3.614 | 3.496 | 4.450 | 2.819 | 3.191 | 2.386 | 3.945 |
| No. 6 | 8.290 | 5.532 | 4.386 | 3.936 | 3.615 | 4.696 | 3.017 | 3.416 | 2.341 | 4.335 |

（註）ボラティリティは、同一番限で同一時間帯の対数リターンを全サンプル期間集めて算出した標準偏差

（註）900（9:00-9:29）のボラティリティの算出では、番限 2~6 は時間を 30 分当りに変換している

表 6b 30 分間隔におけるリターンのボラティリティ（灯油の場合）

（単位：x1,000）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 4.743 | 3.562 | 3.051 | 3.141 | 3.170 | 2.413 | 2.617 | 2.755 | 2.384 | 2.753 |
| No. 2 | 5.257 | 4.814 | 3.428 | 3.570 | 3.122 | 3.183 | 2.520 | 2.729 | 2.187 | 2.697 |
| No. 3 | 5.810 | 5.169 | 4.018 | 2.846 | 2.974 | 3.545 | 2.581 | 2.861 | 2.137 | 3.202 |
| No. 4 | 7.160 | 5.772 | 4.393 | 3.372 | 3.124 | 4.489 | 2.712 | 2.942 | 2.733 | 3.440 |
| No. 5 | 7.963 | 5.542 | 4.767 | 4.110 | 3.611 | 4.661 | 2.884 | 2.860 | 2.815 | 4.539 |
| No. 6 | 9.757 | 5.596 | 5.104 | 4.128 | 4.018 | 5.314 | 3.525 | 3.311 | 2.705 | 4.535 |

（註）ボラティリティは、同一番限で同一時間帯の対数リターンを全サンプル期間集めて算出した標準偏差

（註）900（9:00-9:29）のボラティリティの算出では、番限 2~6 は時間を 30 分当りに変換している

表 6c 30 分間隔におけるリターンのボラティリティ（原油の場合）

（単位：x1,000）

| | 9:00 | 9:30 | 10:00 | 10:30 | 12:30 | 13:00 | 13:30 | 14:00 | 14:30 | 15:00 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| No. 1 | 3.285 | 1.445 | 0.784 | 1.120 | 1.367 | 0.643 | 1.109 | 0.818 | 1.315 | 1.224 |
| No. 2 | 4.390 | 2.137 | 1.854 | 1.378 | 1.719 | 1.189 | 1.059 | 1.054 | 0.847 | 1.290 |
| No. 3 | 5.607 | 1.868 | 1.887 | 1.438 | 1.762 | 1.669 | 1.367 | 1.216 | 0.930 | 1.068 |
| No. 4 | 5.499 | 2.209 | 1.892 | 2.127 | 2.124 | 1.409 | 1.038 | 1.260 | 1.306 | 1.254 |
| No. 5 | 5.044 | 2.491 | 1.672 | 1.710 | 1.662 | 1.441 | 1.119 | 0.981 | 0.789 | 1.388 |
| No. 6 | 5.545 | 2.223 | 1.778 | 1.708 | 1.624 | 1.283 | 0.818 | 0.958 | 0.900 | 1.505 |

（註）ボラティリティは、同一番限で同一時間帯の対数リターンを全サンプル期間集めて算出した標準偏差

（註）900（9:00-9:29）のボラティリティの算出では、番限 2~6 は時間を 30 分当りに変換している

表 7a ガソリン収益率の自己相関の推定結果

| Lag | 10 min | 5 min | 1min |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 0.004148 (2.724) | 0.011969 (9.200) | 0.026337 (17.871) |
| 1 | -0.267 (-1.051) | 0.060 (1.134) | -0.281 (-7.081) |
| 2 | -0.002 (-0.337) | -0.078 (-1.397) | 0.039 (1.077) |
| 3 | -0.012 (-1.825) | 0.064 (1.328) | 0.043 (1.264) |
| 4 | -0.002 (-0.356) | -0.022 (-0.584) | 0.027 (0.871) |
| 5 | 0.002 (0.221) | -0.011 (-0.753) | -0.037 (-1.301) |
| 6 | 0.007 (0.936) | 0.013 (0.590) | -0.007 (-0.276) |
| 7 | | | 0.040 (1.408) |
| 8 | | | -0.050 (-1.844) |
| 9 | | | -0.003 (-0.095) |
| 10 | | | 0.054 (1.853) |
| 11 | | | -0.033 (-1.128) |
| 12 | | | -0.010 (-0.343) |
| 13 | | | -0.009 (-0.303) |
| 14 | | | 0.032 (1.000) |
| 15 | | | -0.024 (-0.799) |

(註) ラグゼロは収益率の分散についての結果で、その他のラグは収益率の相関係数についての結果である。括弧の中は、heteroskedasticity and autocorrelation consistent な t 値を示す。

表 7b 灯油収益率の自己相関の推定結果

| Lag | 10 min | 5 min | 1min |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 0.002819 (7.274) | 0.024132 (7.801) | 0.033688 (20.705) |
| 1 | -0.077 (-0.893) | -0.303 (-3.662) | -0.294 (-8.358) |
| 2 | -0.007 (-0.682) | -0.031 (-0.816) | 0.089 (2.724) |
| 3 | -0.006 (-0.491) | 0.059 (1.334) | -0.091 (-3.147) |
| 4 | 0.005 (0.384) | -0.058 (-1.200) | -0.013 (-0.475) |
| 5 | 0.003 (0.248) | -0.017 (-0.230) | -0.039 (-1.401) |
| 6 | 0.005 (0.313) | 0.130 (1.487) | -0.010 (-0.349) |
| 7 | | | -0.002 (-0.082) |
| 8 | | | -0.031 (-1.230) |
| 9 | | | -0.007 (-0.258) |
| 10 | | | 0.029 (1.070) |
| 11 | | | -0.003 (-0.106) |
| 12 | | | -0.022 (-0.765) |
| 13 | | | -0.020 (-0.774) |
| 14 | | | 0.052 (1.936) |
| 15 | | | 0.006 (0.217) |

(註) ラグゼロは収益率の分散についての結果で、その他のラグは収益率の相関係数についての結果である。括弧の中は、heteroskedasticity and autocorrelation consistent な t 値を示す。

表 7c 原油収益率の自己相関の推定結果

| Lag | 10 min | 5 min | 1min |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 0.000137 (9.911) | 0.000260 (9.731) | 0.000601 (18.457) |
| 1 | 0.083 (1.664) | 0.115 (1.994) | -0.106 (-2.467) |
| 2 | -0.017 (-0.533) | 0.027 (1.150) | -0.050 (-2.483) |
| 3 | -0.018 (-0.509) | -0.012 (-0.606) | -0.007 (-0.417) |
| 4 | -0.003 (-0.087) | 0.001 (0.110) | 0.008 (0.487) |
| 5 | 0.001 (0.063) | -0.006 (-0.505) | 0.015 (1.009) |
| 6 | -0.006 (-0.154) | 0.001 (0.047) | -0.007 (-0.598) |
| 7 | | | -0.012 (-0.989) |
| 8 | | | -0.013 (-1.053) |
| 9 | | | -0.026 (-2.193) |
| 10 | | | 0.001 (0.090) |
| 11 | | | 0.001 (0.052) |
| 12 | | | 0.014 (1.513) |
| 13 | | | -0.006 (-0.713) |
| 14 | | | -0.004 (-0.490) |
| 15 | | | 0.003 (0.430) |

(註) ラグゼロは収益率の分散についての結果で、その他のラグは収益率の相関係数についての結果である。括弧の中は、heteroskedasticity and autocorrelation consistent な t 値を示す。

表 8a ガソリンと原油の収益率のクロス相関係数の推定結果

| Lag | 10 min | 5 min | 1min |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| -15 | | | 0.002 (0.216) |
| -14 | | | -0.005 (-0.353) |
| -13 | | | -0.010 (-0.721) |
| -12 | | | 0.014 (1.160) |
| -11 | | | -0.012 (-1.038) |
| -10 | | | 0.008 (0.886) |
| -9 | | | 0.014 (1.201) |
| -8 | | | 0.010 (1.019) |
| -7 | | | -0.003 (-0.292) |
| -6 | 0.016 (1.001) | -0.012 (-0.913) | 0.037 (2.654) |
| -5 | 0.002 (0.175) | 0.002 (0.146) | 0.044 (2.898) |
| -4 | -0.004 (-0.246) | 0.014 (1.082) | 0.033 (2.297) |
| -3 | -0.032 (-1.453) | 0.008 (0.715) | 0.014 (0.900) |
| -2 | 0.040 (1.546) | -0.003 (-0.168) | 0.081 (5.293) |
| -1 | -0.023 (-0.517) | 0.231 (6.839) | 0.003 (0.255) |
| 0 | 0.349 (4.317) | 0.537 (7.770) | 0.014 (0.945) |
| 1 | 0.120 (2.192) | 0.102 (4.939) | -0.015 (-0.876) |
| 2 | -0.037 (-0.893) | 0.021 (1.761) | -0.008 (-0.417) |
| 3 | -0.000 (-0.039) | -0.005 (-0.541) | -0.006 (-0.306) |
| 4 | -0.007 (-0.642) | -0.013 (-0.982) | -0.022 (-1.383) |
| 5 | -0.012 (-0.865) | 0.008 (0.696) | -0.031 (-1.661) |
| 6 | 0.006 (0.446) | 0.006 (1.107) | 0.014 (0.998) |
| 7 | | | 0.007 (0.422) |
| 8 | | | -0.037 (-1.733) |
| 9 | | | -0.020 (-1.044) |
| 10 | | | 0.015 (0.985) |
| 11 | | | 0.038 (1.951) |
| 12 | | | -0.042 (-1.652) |
| 13 | | | 0.123 (1.878) |
| 14 | | | -0.244 (-1.905) |
| 15 | | | 0.048 (0.310) |

(註) 括弧の中は、heteroskedasticity and autocorrelation consistent な t 値を示す。

表 8b ガソリンと灯油の収益率のクロス相関係数の推定結果

| Lag | 10 min | 5 min | 1min |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| -15 | | | -0.036 (-1.535) |
| -14 | | | -0.001 (-0.047) |
| -13 | | | 0.024 (1.268) |
| -12 | | | 0.006 (0.330) |
| -11 | | | 0.030 (1.482) |
| -10 | | | -0.001 (-0.032) |
| -9 | | | -0.032 (-1.589) |
| -8 | | | 0.006 (0.267) |
| -7 | | | -0.015 (-0.742) |
| -6 | 0.007 (0.771) | 0.015 (0.421) | -0.029 (-1.411) |
| -5 | 0.001 (0.055) | -0.076 (-1.680) | -0.003 (-0.144) |
| -4 | 0.001 (0.151) | 0.050 (1.592) | -0.071 (-3.614) |
| -3 | -0.017 (-1.972) | 0.034 (1.046) | 0.009 (0.558) |
| -2 | -0.002 (-0.309) | -0.067 (-1.539) | -0.056 (-3.211) |
| -1 | 0.039 (2.850) | -0.075 (-2.205) | -0.015 (-0.907) |
| 0 | -0.316 (-4.074) | -0.378 (-8.007) | -0.060 (-3.641) |
| 1 | 0.148 (1.044) | -0.006 (-0.502) | 0.032 (2.009) |
| 2 | -0.329 (-1.540) | -0.002 (-0.126) | -0.009 (-0.635) |
| 3 | 0.189 (1.045) | -0.019 (-0.886) | -0.024 (-1.503) |
| 4 | 0.002 (0.276) | -0.009 (-0.446) | 0.022 (1.259) |
| 5 | -0.007 (-0.648) | -0.001 (-0.053) | -0.030 (-1.678) |
| 6 | 0.027 (2.139) | 0.013 (0.597) | 0.014 (0.922) |
| 7 | | | 0.004 (0.254) |
| 8 | | | 0.031 (1.706) |
| 9 | | | -0.023 (-1.224) |
| 10 | | | 0.007 (0.402) |
| 11 | | | 0.022 (1.192) |
| 12 | | | -0.015 (-0.946) |
| 13 | | | -0.014 (-0.940) |
| 14 | | | 0.015 (0.911) |
| 15 | | | -0.021 (-1.012) |

(註) 括弧の中は、heteroskedasticity and autocorrelation consistent な t 値を示す。

表 8c 灯油と原油の収益率のクロス相関係数の推定結果

| Lag | 10 min | 5 min | 1min |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|
| -15 | | | 0.004 (0.591) |
| -14 | | | 0.007 (0.975) |
| -13 | | | 0.001 (0.084) |
| -12 | | | -0.009 (-1.057) |
| -11 | | | 0.007 (0.914) |
| -10 | | | 0.003 (0.434) |
| -9 | | | -0.019 (-2.175) |
| -8 | | | 0.030 (2.696) |
| -7 | | | -0.013 (-0.977) |
| -6 | -0.004 (-0.250) | 0.021 (1.527) | 0.002 (0.172) |
| -5 | 0.009 (0.399) | 0.023 (1.196) | -0.005 (-0.417) |
| -4 | -0.046 (-2.035) | -0.048 (-1.974) | -0.000 (-0.019) |
| -3 | 0.028 (0.880) | 0.031 (1.379) | -0.004 (-0.377) |
| -2 | -0.011 (-0.286) | -0.036 (-1.699) | -0.033 (-2.630) |
| -1 | -0.024 (-0.628) | -0.122 (-4.590) | 0.008 (0.665) |
| 0 | -0.190 (-3.569) | -0.297 (-6.523) | -0.007 (-0.468) |
| 1 | 0.065 (4.397) | -0.082 (-4.084) | -0.003 (-0.222) |
| 2 | 0.013 (1.005) | 0.010 (0.509) | 0.004 (0.214) |
| 3 | 0.011 (0.623) | -0.010 (-0.632) | 0.028 (1.667) |
| 4 | -0.004 (-0.259) | 0.005 (1.392) | 0.016 (1.013) |
| 5 | -0.018 (-1.004) | 0.002 (0.327) | 0.022 (1.487) |
| 6 | 0.040 (0.800) | 0.014 (1.404) | 0.019 (1.509) |
| 7 | | | -0.000 (-0.039) |
| 8 | | | 0.029 (2.935) |
| 9 | | | 0.008 (0.728) |
| 10 | | | -0.009 (-0.527) |
| 11 | | | -0.010 (-0.474) |
| 12 | | | -0.039 (-1.252) |
| 13 | | | 0.059 (1.203) |
| 14 | | | 0.119 (1.832) |
| 15 | | | -0.108 (-1.059) |

(註) 括弧の中は、heteroskedasticity and autocorrelation consistent な t 値を示す。