

日本の貴金属先物市場における 可変最適ヘッジ取引率の推計

中 谷 朋 昭
笹 木 潤

- 1 はじめに
- 2 平均・分散モデルによる可変最適ヘッジ取引率の導出
- 3 条件付共分散行列の特定
 - 3.1 BGARCH モデル
 - 3.2 正定符号モデルによる定式化
 - 3.3 条件付相関係数一定モデルによる定式化
 - 3.4 対角モデルによる定式化
- 4 データと予備検定
 - 4.1 分析に用いるデータ
 - 4.2 予備検定
 - 4.2.1 記述統計量
 - 4.2.2 条件付平均式の特定 - 単位根検定と共和分検定 -
- 5 計測結果
 - 5.1 BGARCH モデルの推計結果
 - 5.2 最適ヘッジ取引率の算出と比較

1 はじめに

従来、現物市場における商品の価格変動から生じるリスクは、現物 1 単位に対して同量の先物契約を保持することで回避できるといわれてきた。このようなリスクヘッジの方法は、ナイーブヘッジと呼ばれている。先物市場のリスクヘッジ機能を解説する際には、ナイーブヘッジに基づいた説明がもっともよく用いられているが、ナイーブヘッジでは市場参加者が直面するリスクを最小化していない点に問題がある。

ナイーブヘッジに対して、Heifner[16]は、肥育素牛(Feeder Cattle)市場を例に、現物と先物から構成されるポートフォリオを保持する市場参加者の期待効用最大化問題を通じて、現物価格の変動リスクを同量の先物契約によってカバーする必要のないことを示した。すなわち、期待効用の最大化問題は、ポートフォリオの期待収益率の分散最小化、つまりリスク最小化

に帰着する。そして最小のリスクを与える現物と先物の保持比率が最適ヘッジ取引率と呼ばれるのである。最適ヘッジ取引率は一般に、ポートフォリオの収益率のリスクを軽減するので、ナイブヘッジの場合と比較すれば、商品先物市場がもたらしうるリスクヘッジ機能を定量的に評価することができる。

Heifner[16]が提示した最適ヘッジ取引率は、現物価格の変化率（現物収益率）と先物価格の変化率（先物収益率）の共分散と、現物収益率および先物収益率の標準偏差から求められる。これはちょうど、現物収益率を先物収益率に回帰させたとき、最小二乗法 (OLS) で推定される傾きのパラメータに一致する。OLS で推定されるパラメータは一定であるので、この方法によって求められる最適ヘッジ取引率は、不変最適ヘッジ取引率（Constant Optimal Hedge Ratio、以下ではCHRという）ともいわれる。

CHR を用いて商品先物市場が持つリスクヘッジ機能の定量化を行った研究は、米国の生牛先物市場を対象とした Carter and Loyns[8]、米国の穀物先物市場を対象とした Brown[7]、Myers and Thompson[27]などがある。これらの研究では、CHR に基づいたポートフォリオによって、ナイブヘッジと比較してリスクが軽減される様子が明らかにされている。

CHR は OLS を利用して比較的簡単に推計できる反面、ヘッジ取引率の推計にあたって、市場参加者がヘッジ利用の意思決定をするときに利用可能な、直近時点までの情報を考慮に入れることができない、"現物価格と先物価格の共分散が時間を通じて一定であることを仮定している、といった問題点が指摘されている (Myers[26])。この問題点に対処した適切なヘッジ取引率は、時間とともに変動する条件付共分散に基づいて推計されるべきだと Myers[26]は主張する。そして株式市場や債券市場の分析に幅広く用いられてきた自己回帰条件付分散変動型のモデル、いわゆる ARCH タイプのモデルを応用して、時間とともに変動する可変最適ヘッジ取引率（Time-Varying Optimal Hedge Ratio、以下ではTHRという）を推計した。Myers[26]は二変量(Bivariate)GARCH モデルによって、シカゴ市場(CBOT)の小麦先物を対象に分析したが、THR によるポートフォリオ収益率のリスク軽減効果は、CHR と比較してもそれほど大きなものとは認められなかった。

その後、Baillie and Myers[2]（米国の牛肉、コーヒー、大豆、トウモロコシ、綿花、金及び大豆先物市場）、Sephton[32]（カナダの飼料小麦、飼料大麦、菜種先物市場）、Bera、Garcia and Roh[3]（米国のトウモロコシと大豆先物市場）、Dawson、Tiffin and White[10]（英国の小麦及び大麦先物市場）などがポートフォリオ収益率のリスク軽減という観点から CHR と THR のヘッジパフォーマンスを比較している。

商品先物市場以外では、Kroner and Sultan[21]、[22]、Lien and Luo[23]及び Gagnon、Lypny and McCurdy[13]が外国為替市場を、Cecchetti、Cumby and Figlewski[9]及び Koutmos and Pericli[19]が米国財務省証券市場を、Park and Switzer[30]が株価指数先物市場を対象とした分析を行っている。

これらの研究では、データから示唆される適切なモデルとして BGARCH モデルが選択されている。そして実証分析では、ヘッジパフォーマンスは THR が CHR を全般的に上回るという結果が報告されている。しかしながら、いくつかのケースでは THR のリスク軽減効果は非常に限定的で、CHR の場合とほとんど変化が見られないものもある(例えば、Myers[26]、

Lien、Tse and Tsui[24]など)。そのため理論上はBGARCHモデルから推計されるTHRが推奨されるものの、実証上はどちらを用いるべきか依然として明確な共通認識が形成されておらず、様々な市場を対象とした実証研究が望まれている。またBGARCHモデルには条件付共分散行列の推計法にいくつかのバリエーションがあるので、どのタイプの推計法が望ましいのかについても、議論の分かれるところである。

日本には現在7カ所の商品取引所があり、農産物や繊維、ゴム、貴金属が取引されている。その中でも東京工業品取引所（以下では東工取という）の貴金属市場は、海外からも多くの市場参加者を集めるアジア地域の代表的な商品先物市場の一つである。商品先物市場の果たす役割として、リスクヘッジの場の提供を挙げることが多いが、日本ではこれまで、商品先物取引への参加によって、価格変動リスクをどの程度回避しうるものなのかを評価した研究は皆無である。

本稿の目的は、既存研究で検討されてきた望ましい最適ヘッジ取引率推計の議論を踏まえ、東工取の貴金属市場で取引される金、銀、プラチナ、パラジウムの最適ヘッジ取引率を推定し、これらの先物市場が提供してきたリスクヘッジ機能を定量的に評価することである。本稿の分析結果は、投機的動機に基づく参加者が大部分を占めるといわれる日本の商品先物市場において、現物商品の流通と関連して、どの程度のリスクヘッジ機能があるのかを明確にする点で重要である。さらに、既存市場のヘッジパフォーマンスを測定しておくことは、新たな商品先物市場の創設にあたって、その有用性を説く根拠ともなりうる。

上記の目的を達成するために、本稿は以下の構成で分析を行う。2節では、現物と先物のポートフォリオにおいて、期待効用最大化問題から導かれるTHRについて説明する。3節では、最適ヘッジ取引率を推計するためのBGARCHモデルについて触れる。分析に用いるデータと予備検定は4節で行う。5節では、BGARCHモデルの計測結果を吟味する。この結果に基づいて最適ヘッジ取引率を推計し、その特徴について整理する。6節では、本稿の結論と得られた知見について述べ、残された課題についても触れる。

2 平均・分散モデルによる可変最適ヘッジ取引率の導出

現物と先物を保持するポートフォリオにおいて、このポートフォリオからもたらされる期待効用を最大化する問題は、「平均・分散モデル」として知られている。 $(t-1)$ 期から t 期にかけてのポートフォリオ収益率を π_t 、先物収益率を $R_{f,t}$ 、現物収益率を $R_{s,t}$ とし、 t 期において現物1単位に対して保持すべき先物契約量の比率を h_t とすると、平均・分散モデルによる期待効用最大化問題は、

$$\text{Max } E_{t-1}[\pi_t] - \frac{1}{2} a V_{a\pi,t-1}[\pi_t] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \pi_t = R_{f,t} h_{t-1} + R_{s,t} \quad (2)$$

と書くことができる。ただし $a(a > 0)$ は絶対的危険回避度、 $E_t[\cdot]$ 、 $V_{a\pi,t}[\cdot]$ はそれぞれ、 t 期までの情報を与件とした条件付期待値と条件付分散オペレータである。この最大化問題の最適解として求められる h_{t-1} は、リスク最小化ヘッジ取引率と呼ばれる。

(2)式の条件付期待値と条件付分散を計算して(1)式に代入し、1階条件から h_{t-1} を求めると、

$$h_{t-1} = \frac{E_{t-1}[R_{f,t}]}{aV_{a,t-1}[R_{f,t}]} - \frac{Cov_{t-1}[R_{f,t}, R_{s,t}]}{V_{a,t-1}[R_{f,t}]} \quad (3)$$

となる。ただし $Cov_{t-1}[\cdot]$ は条件付共分散オペレータである。

もし先物契約の期待収益率がゼロならば、リスク最小化ヘッジ取引率は、期待効用を最大化させる最適ヘッジ取引率に一致する(例えば Sephton[32])。先物契約の期待収益率がゼロであるとき、先物収益率はマルチンゲールに従い $E_{t-1}[R_{f,t}] = 0$ なので、最適ヘッジ取引率 h_{t-1}^* は

$$h_{t-1}^* = -\frac{Cov_{t-1}[R_{f,t}, R_{s,t}]}{V_{a,t-1}[R_{f,t}]} \quad (4)$$

として計算することができる。

(4)式から最適ヘッジ取引率は、効用関数の形状や危険回避度とは無関係に、先物収益率と現物収益率の二変量分布における条件付共分散行列にのみ依存していることがわかる(Baillie and Myers[2])。そこで問題となるのが、先物収益率と現物収益率の二変量分布における条件付共分散行列を、どのような方法によって推計するのかという点である。

もし条件付共分散行列が時間とともに変化しない条件付分散均一であれば、OLS によって h_t^* を求めることができる。そしてこの場合の最適ヘッジ取引率は、時間と無関係に一定となる。しかし、商品先物価格を含む金融時系列データは、多くの場合、条件付分散不均一性(ARCH 効果)を持つことが知られている。この場合、1期先のポートフォリオ収益率におけるリスクは常に変動することになるので、時間とともに変動する条件付共分散行列を用いて、THR を推計するのが望ましい。

ARCH 効果のあるデータに適した条件付共分散行列の推計は、OLS よりも ARCH タイプのモデルによる最尤推計のほうが実証的に望ましいことが明らかにされている。ARCH タイプのモデルは様々な応用型が開発されているが、本稿では THR に適用できる代表的な 3 種類のモデルを用いることとする。次節では、これらのモデルに関して説明する。

3 条件付共分散行列の特定

3.1 BGARCH モデル

THR を求めるにあたって、現物収益率と先物収益率の二変量分布を考えなければならない。条件付共分散行列が時間とともに変動する二変量の時系列データに対しては、二変量 GARCH(BGARCH)モデルのあてはまりの良いことが実証上明らかにされている。

現物収益率と先物収益率の条件付平均式を適切に設定したとき、もっとも一般的な BGARCH(p, q)モデルは、次のように表すことができる。

$$R_t = i_t + a_t, \quad E_{t-1}[R_t] = 0, \quad V_{a,t-1}[R_t] = \hat{U}_t \quad (5)$$

$$vec h(\hat{U}_t) = vec h(C) + \sum_{i=1}^p A_i vec h(\hat{R}_{t-i} + \hat{a}_{t-i}) + \sum_{i=1}^q B_i vec h(\hat{U}_{t-i}) \quad (6)$$

ただし、 $R_t = (R_t^f, R_t^s)$ であり、 $i_t = (\mu_{f,t}, \mu_{s,t})$ は先物収益率と現物収益率の条件付平均式を表すベクトル、 $a_t = (\varepsilon_{f,t}, \varepsilon_{s,t})$ は攪乱項ベクトル、 \hat{U}_t は正定符号の条件付共分散行列を表す。(6)

式において、 C は 2×2 行列、 A_i 、 B_i は 3×3 の行列である。 vec は行列のベクトル化オペレータで、 $m \times m$ 正方行列の対角成分以下の部分をつなぎ合わせ、 $1/2m(m+1) \times 1$ の列ベクトルを作成する。

本稿では、(6)式のラグ数を $p=q=1$ とし、既存研究において頻繁に用いられる 3 種類のモデル、すなわち正定符号モデル、条件付相関係数一定モデル並びに対角モデルを利用する(注 1)。以下では、それぞれのモデルを説明する。

3.2 正定符号モデルによる定式化

(6)式において、パラメータ数の節約と \hat{U}_t の正定符号条件を満たすために、Engle and Kroner[12]は、正定符号(Positive Definite、PD)モデルを考案した。PD モデルは、

$$\hat{U}_t = C^* C^* + A_1^* \hat{a}_{t-1} \hat{a}_{t-1}^* A_1^* + B_1^* \hat{U}_{t-1} B_1^*, \quad (7)$$

によって与えられる。このときパラメータは 21 個あるが、 C^* 、 A_1^* 、 B_1^* を

$$C^* = \begin{pmatrix} c_f & 0 \\ c_{fs} & c_s \end{pmatrix}, A_1^* = \begin{pmatrix} a_f & a_{fs} \\ a_{sf} & a_s \end{pmatrix}, B_1^* = \begin{pmatrix} b_f & b_{fs} \\ b_{sf} & b_s \end{pmatrix}$$

と仮定すれば、推計すべきパラメータは 11 個になる。なお、Bera、Garcia and Roh[3]が示したように、(7)式において $A_1^* = B_1^* = 0$ とすれば、条件付共分散は常に一定となり、 \hat{U}_t は Myers and Thompson[27]が示した OLS による CHR に一致する。本稿では PD モデルにおいて条件付共分散を一定としたモデル(Constant Conditional Covariance)を、CCV モデルと呼ぶこととする。

3.3 条件付相関係数一定モデルによる定式化

Baillie and Bollerslev[1]、 $\varepsilon_{f,t}$ と $\varepsilon_{s,t}$ の間の条件付相関係数 ρ_{fs} ($|\rho_{fs}| < 1$) を一定とする条件付相関係数一定(Constant Conditional Correlation)モデルを提示した。CCC モデルで(6)式を表せば、

$$\hat{U}_t = \begin{pmatrix} \sigma_{f,t} & 0 & 1 & \rho_{fs} & \sigma_{f,t} & 0 \\ 0 & \sigma_{s,t} & \rho_{fs} & 1 & 0 & \sigma_{s,t} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

となり、対角要素は通常の GARCH モデルに従う。対角要素を GARCH(1、1)モデルと特定化すれば、

$$\sigma_{f,t}^2 = c_f + a_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_f \sigma_{f,t-1}^2 \quad (9)$$

$$\sigma_{s,t}^2 = c_s + a_s \varepsilon_{s,t-1}^2 + b_s \sigma_{s,t-1}^2 \quad (10)$$

である。 \hat{U}_t が正定符号になるためには、 $\sigma_{f,t}^2 > 0$ と $\sigma_{s,t}^2 > 0$ が必要条件である。CCC モデルでは、推計すべきパラメータは 7 個である。

3.4 対角モデルによる定式化

BGARCH モデルにおけるもっとも単純な制約は、 vec (\hat{U}_t) の各要素が、自己のラグ付の

変数と二乗した誤差項によってのみ説明されるようにすることである。このモデルは Bollerslev、Engle and Wooldridge[5]が提示したもので、対角(Diagonal Vector)モデルと呼ばれている。DV モデルの制約を課すと(6)式は、

$$\begin{aligned} \sigma_{f,t}^2 &= c_f + a_f \varepsilon_{f,t-1}^2 + b_f \sigma_{f,t-1}^2 \\ \sigma_{fs,t}^2 &= c_{fs} + a_{fs} \varepsilon_{f,t-1} \varepsilon_{s,t-1} + b_{fs} \sigma_{fs,t-1}^2 \\ \sigma_{s,t}^2 &= c_s + a_s \varepsilon_{s,t-1}^2 + b_s \sigma_{s,t-1}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

となつて、推計すべきパラメータは 9 個となる。 \hat{V}_t の正定符号条件が満たされるための必要条件は、

$$\begin{aligned} c_f > 0, \quad c_s > 0, \quad c_f c_s - c_{fs}^2 > 0 \\ a_f > 0, \quad a_s > 0, \quad a_f a_s - a_{fs}^2 > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

である。

4 データと予備検定

4.1 分析に用いるデータ

分析の対象とする品目は、金、銀、プラチナ及びパラジウムの 4 品目である。これら 4 品目の先物市場は、国内では東京工業品取引所でのみ開設されている。先物市場では通常、受渡期日が異なる複数の契約が同時に取引されているので、その中から受渡期日のもっとも遠い期先限月の終値を用いることとした。期先限月は、他の限月と比較して流動性が高く、中心的な取引がなされている。東工取の貴金属市場は、7 限月制を採用しているため、期先限月は 1 カ月ないしは 2 カ月ごとに新たに発会した限月へと移行していく。そこで連続した時系列データを作成するために、それまでの期先限月の価格データを、新発会の日新たな期先限月の価格データへと接続する方法を採用した。

一方、現物価格については、日本経済新聞に掲載されているデータを利用した。金の現物価格は、山元建値や小売価格が公表されているが、本稿では商社を中心とした参加者間で活発な取引が行われている口コ東京市場の終値を利用した。その他 3 品目の価格は、大口需要家渡しの価格である。

データは 1997 年 1 月 6 日から 1999 年 10 月 29 日までの日次データで、この間のサンプルの大きさは 690 となった。なお先物市場あるいは現物市場のどちらかが休場の場合、その取引日のデータは分析から除外した(注 2)。

4.2 予備検定

4.2.1 記述統計量

本節では、記述統計量の分析を通じて、現物と先物の収益率には ARCH 効果が存在することを明らかにする。ARCH 効果のあるデータでは、尖度統計量が正規分布の場合よりも大きくなることが知られている。このことは、金融時系列データは、正規分布と比較して先の尖った裾の厚い分布をするという経験的事実とも一致する。収益率の分布が正規分布と見なせるかどうかは、Jarque and Bera[17]の JB 検定で確認することができる。また

ARCH 型のモデルは、条件付分散を ARMA モデルの形式で表現するので、収益率を二乗したデータに自己相関が認められる場合には、ARCH 効果があると見なすことができる。

現物と先物の収益率は、 $R_t = 100(\ln P_t - \ln P_{t-1})$ によって計算した。各品目の収益率から求めた記述統計量は表 1 に示した。表中の尖度統計量は、正規分布のときにゼロとなるよう調整されている。ラグ次数 10 までの自己相関を検定する Ljung and Box[25]の $Q(l_0)$ 統計量から、有意水準はそれほど高くないものの、現物収益率には有意な自己相関があると判断できる。先物収益率では、金だけが有意な値をとっている。

尖度統計量について表 1 を見ると、データ間で差はあるものの、すべて正となっている。二乗した収益率では、ラグ次数 10 までの自己相関を検定した $Q^2(l_0)$ 統計量は、いずれのデータも自己相関の存在を強く強く示唆している。収益率の正規性を検定する JB 検定では、銀の先物収益率を除いて、収益率は正規分布するという帰無仮説は棄却されている。

4.2.2 条件付平均式の特特定 - 単位根検定と共和分検定 -

ここでは、(5)式の条件付平均式を特定するために行ったいくつかの統計的検定の結果について述べる。まず、基本統計量の分析から、現物収益率を中心に有意な自己相関の存在が認められるので、収益率は AR モデルなどの時系列モデルによって記述できるが、本稿では BIC を基準として、すべてラグ数をゼロに決定した(注 3)。この結果は、先物収益率はマルチンゲール過程に従うという 2 節の仮定を支持するといえる。

続いて、条件付平均式に誤差修正項を含めるべきなのかを検討するために実施した、単位根検定と共和分検定の結果について述べる。もし先物価格と現物価格がともに $I(1)$ であり、なおかつ先物価格と現物価格との間に共和分関係が存在すれば、Kroner and Sultan[22] が指摘するように、条件付平均式には先物価格と現物価格の長期関係を表す誤差修正項を含めるのが適切である。

表 2 には、Phillips and Perron[31]の方法による単位根検定 (PP 検定) の結果を掲載した(注 4)。表から明らかなように、対数変換した価格系列では単位根が存在するという帰無仮説を統計的に棄却することができない。しかし、対数価格系列の階差系列である収益率では、単位根が存在するという帰無仮説は 1%水準以上で棄却される。よって、先物価格及び現物価格のいずれも、 $I(1)$ 過程であると想定できる。

次に、先物価格と現物価格との間の共和分関係を確認するために、Johansen[18]の方法によって検定を行った。その結果を表 3 に示す。表 3 の検定結果に従えば、いずれの品目においても、先物価格と現物価格の間には共和分関係が認められ、長期にわたる安定的な関係が存在するものと判断される(注 5)。さらに Brenner and Kroner[6]の主張(注 6)を確認するために、先物価格と現物価格がベクトル $[I, -1]$ で共和分しているという帰無仮説を、尤度比検定によって検定した。この場合、統計量は自由度 2 の χ^2 分布に従う。結果は表 3 の最右列に掲げたとおりで、金及び銀市場では、帰無仮説は統計的に棄却されるが、パラジウムとプラチナ市場では帰無仮説を棄却することができなかった。よって金及び銀市場については、Brenner and Kroner[6]の主張は妥当性を持つが、パラジウム並びにプラチナ市場に関しては、彼らの主張は必ずしも当てはまらず、ベーススが定常性を持つ

という結果となった（注 7）。

いずれにしても、分析対象とした 4 品目の貴金属市場では、先物価格と現物価格が共和分関係にあるので、条件付平均式には、定数項の他に誤差修正項を含めることとする。BGARCH モデルの推計では、共和分検定の過程で得られたデータを、誤差修正項を表す変数として利用する。

5 計測結果

5.1 BGARCH モデルの推計結果

最適ヘッジ取引率を算出するために推計したモデルは、3 節で説明した正定符号(PD)モデル、条件付相関係数一定(CCC)モデル、対角(DV)モデルの 3 種類で、条件付平均式は誤差修正項を含む。これら ECM-PD、ECM-CCC、ECM-DV モデルを、ECM-BGARCH モデルとして総称する。さらに ECM-PD モデルにおいて、条件付分散を一定とする ECM-CCV モデルも推計する。加えて比較のために上記の 4 モデルにおいて誤差修正項を含まないモデルについても推計する。

推計にあたっては、誤差項が二変量正規分布に従うという仮定の下で尤度関数を作成し、Win-RATS を用いて対数尤度関数を最大化した。最大化のアルゴリズムは、GARCH モデルの推計にしばしば用いられる Berndt *et. al*[4]の BHHH 法である。

各市場における ECM-BGARCH モデルの推計結果は、表 4 から表 7 にそれぞれ示した。推計されたパラメータはすべて、条件付共分散行列の正定符号条件を満たしている。対数尤度の値は、4 商品とも条件付共分散の変動を考慮しない ECM-CCV モデルが最小となっている。ECM-BGARCH モデル間の対数尤度の大きさを比較すると、銀、プラチナおよびパラジウム市場では、ECM-DV モデル、金市場では ECM-PD モデルが最大である。なお、誤差修正項を含まない BGARCH モデルの計測結果は、ECM-BGARCH モデルと同様であったので、詳細は省略する。

各モデルの診断検定は、残差を条件付分散の平方根で除した標準化残差に対して施した。紙幅の関係から結果をまとめた表の掲載は省略するが、診断検定から以下の点が確認されている（注 8）。標準化残差の尖度統計量は、表 1 と比較すると大幅に減少していた。しかしながら、尖度統計量は依然として正規分布の場合よりも大きく、それは現物収益率で顕著であった。標準化残差とその二乗したデータ（二乗標準化残差）の自己相関検定では、一部が有意であるものの、概ね自己相関は取り除かれていた。特に二乗標準化残差の自己相関は有意であっても、 χ^2 統計量は表 1 の結果と比べて大幅に低下していた。最後に、正規性を検定する JB 検定では、すべての場合において標準化残差が正規分布に従うという帰無仮説は棄却された。このような結果は、主に尖度統計量が正規分布よりも大きいことに原因があると推察できるので、データの内包する特性をより正確に記述するためには、従来一変量の GARCH 型モデルでも試行されてきたように、二変量 t 分布など、正規分布よりも裾の厚い分布によって尤度関数を作成する必要性を示唆しているのかもしれない。しかし、正規分布以外の分布を仮定した場合、一般に尤度関数は複雑で、ヘッジ取引率推計の実用には向いて

いないと考えられる（注9）。

5.2 最適ヘッジ取引率の算出と比較

前節で推計された条件付共分散行列から、THR を推計する。可変ヘッジ取引率は、条件付共分散行列の要素を用いて、次のように算出される。

$$h_t^* = \frac{\sigma_{f_{3,t}}}{\sigma_{f_{1,t}}^2}. \quad (15)$$

一方、CHR は通常、現物収益率を先物収益率に OLS で回帰させたときの先物収益率にかかるパラメータとして求められる。このパラメータは、3.2 節で触れたように、PD モデル(7)式において $A_j^* = B_j^* = 0$ とした CCV モデルからも計算することができる。ここでは(13)式を用いて、CCV モデルで推計された条件付共分散行列から CHR を算出する。

このようにして算出された最適ヘッジ取引率を図示したものが、図1から図4である。図にはそれぞれ上から、ECM-PD モデル、ECM-CCC モデル、ECM-DV モデルから得られた3種類の THR を掲げた。比較のために、点線で表した CHR も併せてプロットされている。

図から明らかのように、先物収益率と現物収益率の条件付分散不均一を考慮して推計した THR は、推計期間の時間軸に沿って大きく変動している様子が見て取れる。この結果は、市場参加者の期待効用を最大化するのに最適なヘッジ取引率は、新たな情報が市場にもたらされるのに応じて、絶えず変動していることを表している。

ここで THR の定常性を確認しておく。もし THR が定常ならば、一時的なショックが発生しても、いずれはその影響が消滅して、長期的には平均再帰性を持つ（注10）。検定結果の詳細は省略するが、単位根検定で定常性を検定したところ、THR はすべて単位根を持たない定常過程であると見なされる（注11）。

次に、算出した THR に応じてヘッジ取引をした場合、現物と同量の先物契約によってヘッジするナীবヘッジ、あるいは CHR と比較して、先物と現物を保有するポートフォリオにおいてどれほどリスクが軽減されるかを示す。ポートフォリオのリスクは、(2)式の分散で計量できる。ナীবヘッジの場合は $h_t = 1$ を、CHR および THR は、(13)式から算出された h_t^* をそれぞれ(2)式に代入すればよい。

それぞれのモデルから推計されたヘッジ取引率を用いて取引をした場合、ポートフォリオのリスク軽減率を計算したものが表8である。リスク軽減率は、ナীবヘッジと、他のヘッジ取引率から求めた分散の比率である。ナীবヘッジと比較すれば、ナীবヘッジ以外のヘッジ取引率に基づいた取引では、ポートフォリオのリスクは全般的に軽減されている。例外は金市場において CC モデルを用いた場合で、ナীবヘッジと同等またはかえってリスクが増加している。個別の結果を見ると、プラチナ市場並びにパラジウム市場では、ECM-DV モデルから推計されるヘッジ比率を用いると、約40%のリスクを軽減できることが分かる。金市場では、CC モデルの場合を除いて、約10-20%、銀市場では約15%前後のリスク軽減率を示している。

これらの結果から、現物市場における価格変動リスクを、同量の先物契約でヘッジするよりは、算出されるヘッジ取引率に基づいた割合で先物市場にリスクをヘッジする方が、ポー

トフォリオ全体のリスクを軽減させると判定されよう。

最後に、ヘッジ取引率推計に用いるべきモデルについて吟味しておく。まず予備検定の結果から、データの記述にもっとも適したモデルであると判断された ECM-BGARCH モデルに限定して、各モデル間のパフォーマンスを比較する。金と銀では従来型の CHR が、パラジウム及びプラチナでは ECM-DV モデルが最大のリスク軽減効果を発揮している。しかし、パラジウムとプラチナでも、CHR は 2 番目に大きなリスク軽減をもたらしているため、CHR のパフォーマンスは悪くないといえるだろう。他のモデルでは、ECM-CC モデルのパフォーマンスは、どの市場でも悪く、特に金では、ナイーブヘッジよりも大きなリスクをもたらす結果となった。ECM-PD モデルについても、CHR や DV モデルに比べると、リスク軽減効果はそれほど認められない。

次に、ECM-BGARCH モデルと BGARCH モデルを比較して、条件付平均式に誤差修正項を含めたときの効果を見る。表 8 の上段と下段を比較すると、個別モデルではリスク軽減率が上昇する場合と減少する場合が入り組んでいて、統一的な特徴を見出すことができない。しかし全般的な傾向としては、誤差修正項を含めても、リスク軽減率には大きな違いは生じないといえる。BGARCH モデルと ECM-BGARCH モデルに顕著な差が見られなかったのは、計測期間内のヘッジパフォーマンスに基づく比較が原因であるのかもしれない。もし将来にわたって最適ヘッジ取引率の予測をするのであれば、変数間の長期関係を組み込んだモデルから導かれるヘッジパフォーマンスは、一層のリスク軽減効果を発揮する可能性もある。

以上の結果、サンプル内のヘッジパフォーマンスだけを元に判断すれば、OLS を用いた従来型の不変ヘッジ比率であっても、ECM-BGARCH モデルと同程度のリスク軽減効果が得られた。もっとも、計測期間や対象とする商品を変えた場合にも、本稿と同様の結果が得られるか否かは、更なる実証分析の結果を待たなければならないが、少なくとも本稿の対象とした分析期間と品目では、ECM-BGARCH モデルの応用にかかわる様々なコストは、ヘッジパフォーマンスの改善にそれほど現れていない。ECM-BGARCH モデルの推計には、かなりの時間と統計ソフトウェアに関する十分な知識が要求されるが、OLS は比較的簡単に利用可能である。したがって、実用上の利便性を考えれば、OLS による不変ヘッジ取引率の推計は、他の代替手段と比較しても、十分利用することが可能であるといえるだろう。

6 まとめ

本稿は、東京工業品取引所の貴金属市場において取引される金、銀、プラチナ、パラジウムの 4 品目を対象に、商品先物市場が提供する価格変動リスクのヘッジ機能を定量的に分析した。価格変動リスクのヘッジ機能は、現物と先物のポートフォリオのリスク軽減効果によって定量化することができるが、そのためには最適ヘッジ取引率の推計を必要とする本稿では、従来幅広く用いられてきた CHR の推計手法と、時々刻々と変化する価格変動要因に対応した THR の推計手法を利用した。

分析対象とした 4 品目では、現物収益率と先物収益率には ARCH 効果と共和分関係が認められた。統計理論上、このようなデータには、誤差修正項を含めた THR の適用が望まし

いといえる。しかし CHR と比較したところ、ヘッジ取引率の推計手法選択がポートフォリオのリスク軽減効果に及ぼす影響は、品目間で格差はあるもののそれほど大きなものではなかった。そのため、従来型の CHR は、理論上は価格変動要因の捉え方に問題があるものの、推計に要する様々な準備を考慮すれば、理論的に望ましい推計方法に代わるものとして、利用することが可能であるといえる。

ポートフォリオのリスク軽減効果は、プラチナとパラジウムが約 40%、金および銀では約 15%となり、商品先物市場が提供する価格変動リスクのヘッジ機能は、有効に作用していると判断できる。既存の商品先物市場において、顕著なリスク軽減効果が認められた点は、今後新たな商品先物市場を創設する際の有力な根拠となりうるだろう。

本稿に残された課題としては、特に次の二点を指摘できる。一つは、商品先物市場に参加する際の取引費用を考慮に入れていない点である。もう一つは、本稿の結果は分析対象期間内の事後的なヘッジパフォーマンスを測定している点である。前者については、先物市場で柔軟にポジションを調整するためには、取引費用は無視しえない要因となるだろうから、取引費用を含めたポートフォリオのモデルに基づく議論が要求される。後者については、事後的なヘッジパフォーマンスは、将来のヘッジパフォーマンスを何ら保証するものではないと言い換えられるだろう。そのため、先物市場を利用して実際にリスクヘッジをする際には、本稿と同程度のヘッジ機能を楽しむことができない可能性もあることに注意が必要である。

またヘッジ機能に関する研究に対しては、日本における他の商品先物市場が、どの程度ヘッジ機能を提供するかを明らかにすることも求められている。特に農産物は、市場メカニズムを重視した取引が今後期待されているので、そこで生じる価格変動リスクを回避する場として商品先物市場の重要性は高まりつつある。各地の商品取引所において、多様な商品の上場が実施あるいは検討されている現在、既存の商品先物市場が提供してきたヘッジ機能を解明しておくことは、新たな商品先物市場の設計にも有益な示唆を与えるものと思われる。

【付記】

本稿は、日本商品先物振興協会からの助成研究の成果の一部である。同協会からの支援に対して、ここに記して謝意を表す。なお本稿は、2000 年 9 月に中東工業大学経済研究所（トルコ・アンカラ）で開かれた International Conference in Economics IV において報告した Nakatani and Sasaki [28]の内容に基づいて作成したものである。

【注】

(注 1) (6)式で表される条件付共分散行列には、推計すべきパラメータが $3+9(p+q)$ 個ある。 \hat{u}_t は正定符号でなければならないが、この条件を満たすようにすべてのパラメータを推計することが困難であるため、もっとも簡潔なラグ数を用いることとした。

(注 2) ただしこれに該当するのは 1998 年、1999 年の年末年始 2 取引日だけなので、データから除

外した影響は小さいものと思われる。

- (注 3) ラグ次数を決定するために、0 から 15 までラグ数を変化させて AR モデルを推計して、最小の BIC を与えるラグ数を選択したところ、現物と先物の収益率は、すべての品目においてラグがゼロのとき BIC が最小となった。
- (注 4) PP 検定は誤差項に対する制約が弱く、ARCH 効果が疑われる時系列データに対しても有効である。
- (注 5) Engle and Granger[11]の方法で検定を行った場合でも、先物価格と現物価格の間には共和分関係が認められた。
- (注 6) Brenner and Kroner[6]は、無裁定価格モデルに基づけば、商品市場では先物価格と現物価格及び無リスク債券の利子率が、ベクトル $[f_t, -I_t, -I_t]$ で共和分すべきであり、無リスク債券の利子率が定常であるときに限り、先物価格と現物価格はベクトル $[f_t, -I_t]$ によって共和分すべきであるとする。そして無リスク債券の利子率は一般に非定常の $I(1)$ 過程に従うことが多いため、商品先物価格と現物価格だけで共和分関係を有する必然性はないと指摘する。つまり、現物価格と先物価格の価格差であるベーススは、商品先物市場の場合、非定常になるというものである。実際、Baillie and Myers[2]や Sephton[32]を始めとして、欧米の商品市場を対象とした既存研究では、先物価格と現物価格が共和分関係を有する事例はあまり報告されていない。
- しかし Brenner and Kroner[6]の主張は、他のベクトルによる先物価格と現物価格との共和分関係を否定するものではない(Baillie and Myers[2]、p.113)。日本の商品先物市場を事例とした研究では、東工取の金、銀、プラチナ市場を対象とした小山 [20]が、プラチナ市場において月次の現物価格と先物価格との間に共和分関係を見出している。
- (注 7) 分析対象とした各市場における無裁定価格モデルの妥当性については、これ自体重要な課題であるので、機会を改めて論じることとしたい。
- (注 8) 診断検定をはじめとして、省略した結果を必要とされる方は、第一著者 (keizai@obihiro.ac.jp) までご請求下さい。
- (注 9) 真の分布は正規分布以外の分布であったとしても、正規分布を仮定すれば疑似最尤推計となっていて、推計されたパラメータの一致性は保証されている (Gourieroux[14]、pp.117-121)。
- (注 10) 逆に THR が単位根を持つとき、一旦加わったショックの影響は消滅せず、将来にわたって影響を及ぼし続ける。既存研究では、Kroner and Sultan[22]、Sephton[32]及び Haigh and Halt[15]などが THR は単位根を持つという帰無仮説を棄却しているのに対して、Baillie and Myers[2]は帰無仮説を棄却できない結果となっている。
- (注 11) Phillips and Peron[31]の $Z(\tau_c)$ 統計量は、次の通りであった。BGARCH モデルのヘッジ取引率では、絶対値が最小の統計量は金の CC モデルから推計したときの 7.05、最大はプラチナの DV モデルで 25.93、ECM-BGARCH モデルでは、プラチナの CC モデルが 6.73 で最小、最大はパラジウムの PD モデルが 51.07 となった。いずれの統計量も、1%水準で有意に帰無仮説を棄却する。

【参考文献】

- [1] Baillie , R. T. and T. Bollerslev , “A Multivariate Generalized ARCH Approach to Modeling Risk Premia in Forward Foreign Exchange Rate Markets , ” *Journal of International Money and Finance* , Vol. 9 , 1990 , pp. 309-324.
- [2] Baillie , R. T. and R. J. Myers , “Bivariate GARCH Estimation of the Commodity Futures Hedge,” *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 6, 1991, pp. 109-124.
- [3] Bera, A. K., P. Garcia and J. Roh, “Estimation of Time-Varying Hedge Ratios for Corn and Soybeans: BGARCH and Random Coefficient Approaches,” *Indian Journal of Statistics (Series B, Pt. 3)*, 1997, pp. 346-368.
- [4] Berndt, E. K., B. H. Hall, R. E. Hall and J. A. Hausman, “Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models,” *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 3/4, 1974, pp. 653-665.
- [5] Bollerslev, T., R. F. Engle and J. M. Wooldridge, “A Capital-Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances,” *Journal of Political Economy*, Vol. 96, 1988, pp. 116-131.
- [6] Brenner, R. J. and K. F. Kroner, “Arbitrage, Cointegration, and Testing the Umbiasedness Hypothesis in Financial Markets,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 30, 1995, pp. 23-42.
- [7] Brown, S. L., “A Reformulation of the Portfolio Model of Hedging,” *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 67, 1985, pp. 508-512.
- [8] Carter, C. A. and R. M. A. Loyns, “Hedging Feedlot Cattle: A Canadian Perspective,” *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 67, 1985, pp. 32-39.
- [9] Cecchetti, S. G., R. E. Cumby and S. Figlewski, “Estimation of the Optimal Futures Hedge,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, 1988, pp. 623-630.
- [10] Dawson, P. J., A. L. Tiffin and B. White, “Optimal Hedging Ratios for Wheat and Barley at the LIFFE: A GARCH Approach,” *Journal of Agricultural Economics*, Vol. 51, 2000, pp. 147-161.
- [11] Engle, R. F. and C. W. J. Granger, “Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing,” *Econometrica*, Vol. 55, 1987, pp. 251-276.
- [12] Engle, R. F. and K. F. Kroner, “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH,” *Econometric Theory*, Vol. 11, 1995, pp. 122-150.
- [13] Gagnon, L., G. J. Lypny and T. H. McCurdy, “Hedging Foreign Currency Portfolios,” *Journal of Empirical Finance*, Vol. 5, 1998, pp. 197-220.
- [14] Gouriéroux, C., *ARCH Models and Financial Applications*, Springer, 1997.
- [15] Haigh, M. S. and M. T. Holt, “Hedging Multiple Price Uncertainty in International Grain Trade,” paper presented at the CBOT 23rd Spring Research Symposium, Chicago, IL, USA, May 1999: available at <http://www.cbot.com/>.
- [16] Heifner, R. G. “Optimal Hedging Levels and Hedging Effectiveness in Cattle Feeding,” *Agricultural Economics Research*, Vol. 24, 1972, pp. 25-36.
- [17] Jarque, C. M. and A. K. Bera, “A Test for Normality of Observations and Regression Residuals,” *International Statistical Review*, Vol. 55, 1987, pp. 163-172.

- [18] Johansen, S., *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, 1995, Oxford University Press.
- [19] Koutmos, G. and A. Pericli, “Dynamic Hedging of Commercial Paper with T-Bill Futures,” *Journal of Futures Markets*, Vol. 18, 1998, pp. 925-938.
- [20] 小山良、「共和分検定による金・銀・プラチナ先物市場の効率性検証」『亜細亜大学経営論集』、Vol. 29、1994年、89-107ページ。
- [21] Kroner, K. F. and J. Sultan “Exchange Rate volatility and Time Varying Hedge Ratios,” *Pacific-Basin Capital Market Research*, Vol. 2, 1991, pp. 397-412.
- [22] Kroner, K. F. and J. Sultan, “Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 28, 1993, pp. 535-551.
- [23] Lien, D. and X. Luo, “Multiperiod Hedging in the Presence of Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Futures Markets*, Vol. 14, 1994, pp. 927-955.
- [24] Lien, D., Y. K. Tse and A. K. C. Tsui, “Evaluating the Hedging Performance of GARCH Strategies,” paper presented at the CBOT 10th Annual Asia-Pacific Research Symposium, Hong Kong, 1999: available at <http://www.cbot.com/>.
- [25] Ljung, G. M. and G. E. P. Box, “On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models,” *Biometrika*, Vol. 66, 1978, pp. 199-219.
- [26] Myers, R. J., “Estimating Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Futures Markets,” *Journal of Futures Markets*, Vol. 11, 1991, pp. 39-53.
- [27] Myers, R. J. and S. R. Thompson, “Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation,” *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 71, 1989, pp. 858-868.
- [28] Nakatani, T. and J. Sasaki, “Bivariate GARCH Estimation of Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Precious Metals Futures Markets in Japan,” ISE (Istanbul Stock Exchange) Finance Award Series Vol. 2, 2001, pp. 53-80.
- [29] Osterwald-Lenum, M., “A Note with Fractiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics: Four Cases,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 54, 1992, pp. 461-472.
- [30] Park, T. H. and L. N. Switzer, “Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures: A Note,” *Journal of Futures Markets*, Vol. 15, 1995, pp. 61-67.
- [31] Phillips, P. C. B. and P. Perron, “Testing for a Unit Root in Time Series Regression,” *Biometrika*, Vol. 75, 1988, pp. 335-346.
- [32] Sephton, P. S., “Optimal Hedge Ratios at the Winnipeg Commodity Exchange,” *Canadian Journal of Economics*, Vol. 26, 1993, pp. 175-193.

表1 収益率の記述統計量

	金	銀	パラジウム	プラチナ
先物収益率				
平均	-0.045	-0.018	0.147	-0.012
乖度	-0.094	-0.083	-0.096	-0.107
尖度	2.061	0.191	0.719	1.695
Q(10)	29.373 ^a	15.704	2.223	15.322
Q [*] (10)	151,919 ^a	50,061 ^a	507,053 ^a	141,626 ^a
JB検定	122,955	1,838	14,982	80,989
現物収益率				
平均	-0.042	0.001	0.152	0.095
乖度	0.002	0.163	0.745	0.771
尖度	13,238	2,948	6,761	23,647
Q(10)	18,335	17,852	40,276	21,052
Q [*] (10)	78,872	21,629	141,132	163,558
JB検定	3,667,446	252,504	1,376,006	18,951,72

注1: a, b, cはそれぞれ、有意水準10%、5%、1%を示す。

注2: Q(10)とQ^{*}(10)はそれぞれ、収益率及び二乗収益率の10次までの自己相関を検定する χ^2 統計量である。

表2 単位根検定 (Phillips - Perron 検定) の結果

		金	銀	パラジウム	プラチナ
対数価格					
先物	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-1.25	-1.72	-2.15	-1.54
	$Z(t_{\bar{\alpha}})$	-2.51	-1.81	-2.31	-2.26
現物	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-1.42	-1.84	-2.42	-2.10
	$Z(t_{\bar{\alpha}})$	-2.74	-1.81	-2.44	-2.71
収益率					
先物	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-24.12°	-26.26°	-26.18°	-27.94°
	$Z(t_{\bar{\alpha}})$	-24.10°	-26.29°	-26.24°	-27.96°
現物	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-27.84°	-25.41°	-22.46°	-27.96°
	$Z(t_{\bar{\alpha}})$	-27.82°	-25.44°	-22.50°	-27.96°

注1 : a、b、cはそれぞれ、有意水準10%、5%、1%を示す。

注2 : $Z(t_{\hat{\alpha}})$ と $Z(t_{\bar{\alpha}})$ の5%臨界値はそれぞれ、-2.86と-3.66である。

表3 Johansen 法による共和分検定の結果

	λ_{\max} 検定		Trace 検定	
	$p=0$	$p=1$	$p=0$	$p \leq 1$
金	239.28°	2.24	241.52°	2.24
銀	54.46°	2.40	56.85°	2.40
パラジウム	17.02 ^b	8.45	25.47°	8.45
プラチナ	39.51°	2.41	41.91°	2.41
95% Critical Value	15.67	9.24	19.96	9.24

注1 : a、b、cはそれぞれ、有意水準10%、5%、1%を示す。

注2 : λ_{\max} とTrace検定の臨界値は、Osterwald - Lenum[29]による。

注3 : 表の最後の列は、共和分ベクトルが[1, -1]であるとする帰無仮説を検定する χ^2 である。

表4 食市場におけるECM-BGARCHモデルの推計結果

	ECM-CCV	ECM-PD	ECM-CCX	ECM-DV
条件付平均式				
μ_f	-0.043 (0.042)	-0.047 (0.037)	0.051 [*] (0.039)	-0.008 (0.032)
α_f	-8.623 [*] (3.263)	-11.570 [*] (4.461)	-0.185 [*] (0.037)	-0.274 [*] (0.029)
μ_c	-0.042 (0.051)	-0.034 (0.039)	0.085 [*] (0.032)	0.038 (0.033)
α_c	-0.600 (3.327)	3.426 (4.718)	-0.231 [*] (0.034)	11.478 [*] (2.553)
条件付分散式				
c_f	1.983 [*] (0.022)	0.907 [*] (0.034)	0.339 [*] (0.036)	0.350 [*] (0.053)
c_{fc}	0.858 [*] (0.031)	0.589 [*] (0.038)		0.445 [*] (0.051)
c_c	0.952 [*] (0.006)	-0.052 (2.020)	0.202 [*] (0.023)	0.519 [*] (0.043)
a_f		0.385 [*] (0.050)	0.280 [*] (0.036)	0.404 [*] (0.042)
a_{fc}		-0.685 [*] (0.059)		0.405 [*] (0.031)
a_{cf}		-0.109 [*] (0.034)		
a_c		0.801 [*] (0.047)	0.361 [*] (0.034)	0.497 [*] (0.029)
b_f		0.130 (0.134)	0.406 [*] (0.050)	0.467 [*] (0.041)
b_{fc}		0.067 (0.118)		0.382 [*] (0.042)
b_{cf}		0.301 [*] (0.048)		
b_c		0.685 [*] (0.056)	0.545 [*] (0.041)	0.345 [*] (0.027)
ρ_{fc}			0.720 [*] (0.029)	
LogL ₀	-1,242,493	-1,092,920	-1,227,439	-1,111,008

注1：()内の数値は漸近的標準誤差である。a、b、cはそれぞれ、有意水準10%、5%、1%を示す。LogL₀は対数尤度の値である。

注2： μ_f と μ_c は先物と現物の条件付平均式における定数項、 a_f と a_c は誤差修正項にかかるパラメータ、 ρ_{fc} はCCモデルにおける条件付相関係数である。他のパラメータについては、3節を参照のこと。

表5 銀市場におけるECM-BGARCHモデルの推計結果

	ECM-CCV	ECM-PD	ECM-CCC	ECM-DV
条件付き平均式				
α_f	-0.005 (0.000)	-0.010 (0.004)	-0.005 (0.005)	-0.045 (0.054)
α_f	-3.000 (2.070)	-3.660 (3.361)	-2.848 (2.471)	-2.734 (2.507)
μ_s	0.004 (0.000)	-0.001 (0.075)	0.015 (0.067)	0.038 (0.066)
α_s	-0.409 (3.104)	-0.147 (3.513)	-0.726 (2.824)	0.038 (3.092)
条件付き分散式				
c_f	1.574 [*] (2.042)	0.205 (2.121)	1.554 [*] (0.401)	0.490 [*] (0.139)
c_{fs}	1.272 [*] (2.042)	0.669 (6.075)		0.651 [*] (0.256)
c_s	1.229 [*] (2.022)	0.392 (1.757)	0.646 [*] (0.127)	0.976 [*] (0.371)
a_f		-0.285 [*] (2.074)	0.148 [*] (0.023)	0.148 [*] (0.023)
a_{fs}		0.241 [*] (6.078)		0.060 [*] (0.028)
a_{sf}		-0.343 [*] (0.092)		
a_s		-0.171 [*] (0.053)	0.008 [*] (0.038)	0.130 [*] (0.036)
b_f		-0.155 (0.221)	0.194 (0.195)	0.669 [*] (0.066)
b_{fs}		-0.982 [*] (0.196)		0.621 [*] (0.134)
b_{sf}		0.749 [*] (0.177)		
b_s		-0.039 (0.247)	0.702 [*] (0.252)	0.568 [*] (0.119)
ρ_{fs}			0.716 [*] (0.048)	
LogL	-1,771,127	-1,692,738	-1,738,074	-1,654,382

注1：表4に同じ。

表6 パラジウム市場におけるECM-BGARCHモデルの推計結果

	ECM-CCV	ECM-PD	ECM-COC	ECM-DV
条件付き分散式				
μ_f	0.145 [*] (0.082)	-0.064 (0.097)	0.825 (0.026)	0.081 (0.068)
α_f	-0.252 (0.261)	-0.286 (0.575)	0.825 (0.809)	-0.179 (0.551)
μ_s	0.188 (0.394)	-0.101 (0.074)	-0.164 [*] (0.094)	-0.147 [*] (0.083)
α_s	2.183 [*] (0.839)	2.654 [*] (0.761)	3.574 [*] (0.509)	2.968 [*] (0.726)
乗性付分散式				
c_f	2.143 [*] (0.330)	0.947 [*] (0.181)	0.749 [*] (0.131)	1.047 [*] (0.211)
c_{fs}	1.040 [*] (0.369)	0.448 (0.308)		2.864 (0.912)
c_s	2.365 [*] (0.029)	-0.015 (4.306)	0.313 [*] (0.466)	0.617 [*] (0.088)
α_f		0.147 [*] (0.036)	0.330 [*] (0.081)	0.217 [*] (0.048)
α_{fs}		0.466 [*] (0.005)		-0.082 (0.037)
α_{sf}		0.100 [*] (0.004)		
α_s		0.423 [*] (0.029)	0.611 [*] (0.049)	0.358 [*] (0.034)
b_f		-0.633 [*] (0.086)	0.533 [*] (0.058)	0.539 [*] (0.077)
b_{fs}		-0.894 [*] (0.079)		-0.615 (0.582)
b_{sf}		0.895 [*] (0.091)		
b_s		0.219 [*] (0.074)	0.538 [*] (0.020)	0.582 [*] (0.031)
ρ_{fs}			0.518 [*] (0.033)	
$\log L$	-2,439.79	-2,216.114	-2,216.732	-2,201.451

注1. 表内は標準誤差。

表1 プラチナ市場におけるECM-BGARCHモデルの推計結果

	ECM-CCV	ECM-PD	ECM-COC	ECM-DV
条件付き平均				
μ_f	-0.038 (0.056)	0.021 (0.043)	-0.021 (0.045)	-0.005 (0.040)
α_f	-1.094 (1.020)	-2.244 (1.369)	-0.115 (1.233)	-0.775 (1.355)
μ_s	0.019 (0.075)	0.006 (0.046)	-0.054 (0.089)	-0.030 (0.042)
α_s	0.509 (1.374)	0.300 (1.547)	1.118 (1.495)	0.387 (1.498)
条件付き分散				
c_f	1.285 [*] (0.097)	1.079 [*] (0.092)	0.219 [*] (0.096)	0.424 [*] (0.061)
c_{fs}	0.579 [*] (0.087)	0.763 [*] (0.146)		0.944 [*] (0.215)
c_s	1.479 [*] (0.049)	0.845 (0.235)	0.120 [*] (0.032)	0.217 [*] (0.040)
a_f		0.227 [*] (0.002)	0.199 [*] (0.042)	0.209 [*] (0.047)
a_{fs}		-0.566 [*] (0.057)		0.077 [*] (0.039)
a_{sf}		-0.006 (0.030)		
a_s		0.447 [*] (0.029)	0.344 [*] (0.025)	0.278 [*] (0.021)
b_f		0.512 [*] (0.147)	0.687 [*] (0.090)	0.542 [*] (0.088)
b_{fs}		0.275 [*] (0.103)		-0.600 [*] (0.285)
b_{sf}		-0.177 [*] (0.090)		
b_s		0.777 [*] (0.037)	0.669 [*] (0.028)	0.646 [*] (0.030)
ρ_{fs}			0.437 [*] (0.033)	
$\log L$	-1,748.383	-1,599.141	-1,583.789	-1,552.983

注1: 表4に同じ。

表 8 各商品領域におけるリスク軽減率

	金	銀	パラジウム	プラチナ
BGARCH モデル				
不変ヘッジ率	19.51%	17.06%	35.48%	38.25%
PDヘッジ率	21.28%	15.81%	32.93%	33.30%
DVヘッジ率	13.20%	12.38%	37.38%	38.51%
CCヘッジ率	-0.80%	10.43%	25.31%	33.34%
SCM-BGARCH モデル				
不変ヘッジ率	19.18%	16.94%	35.58%	38.13%
PDヘッジ率	10.38%	15.91%	27.26%	32.27%
DVヘッジ率	11.31%	13.07%	39.56%	43.55%
CCヘッジ率	-2.38%	13.83%	22.13%	22.60%

注1：負の値はリスクが増加したことを示す。

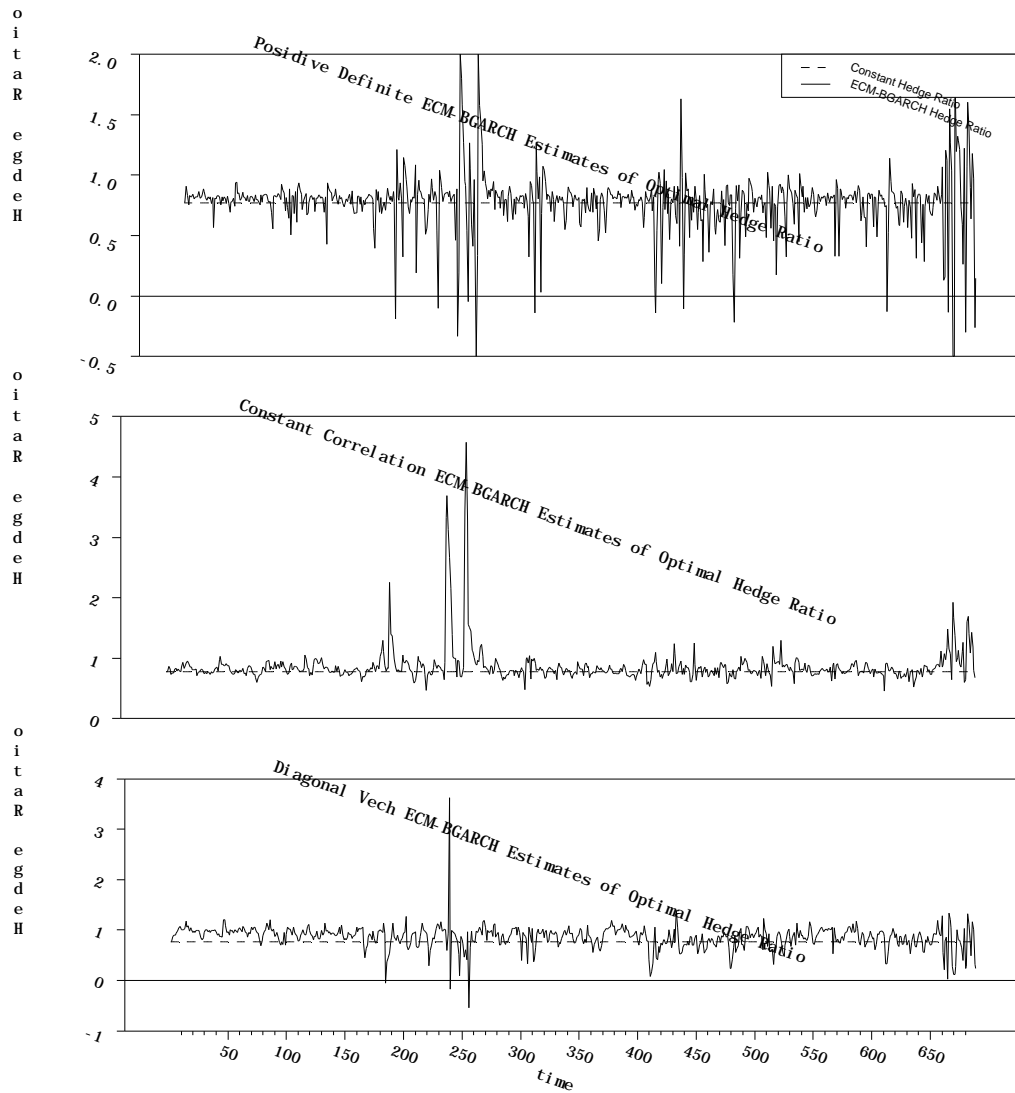
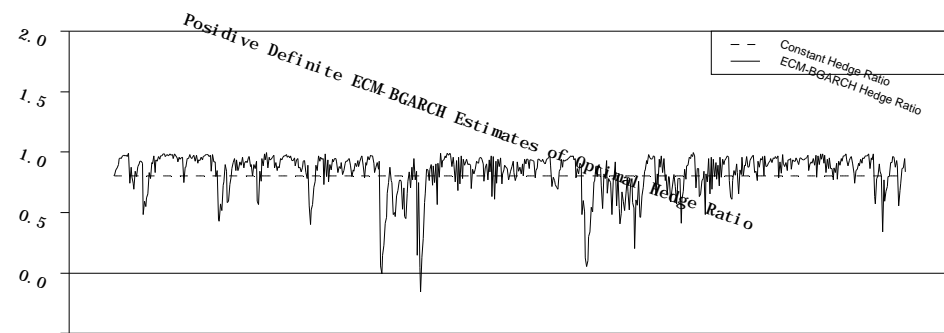


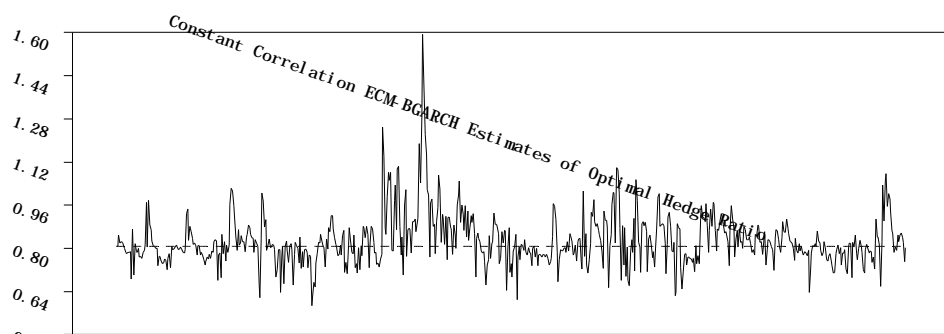
図 1 ECM-BGARCH モデルにより推計された金市場の可変最適ヘッジ取引率

注 1：上段から，ECM-PD，ECM-CCC，ECM-DV モデルから推計された THR を表す。破線は ECM-CCV から推計された CHR である。

o
i
t
a
R
e
g
d
e
H



o
i
t
a
R
e
g
d
e
H



o
i
t
a
R
e
g
d
e
H

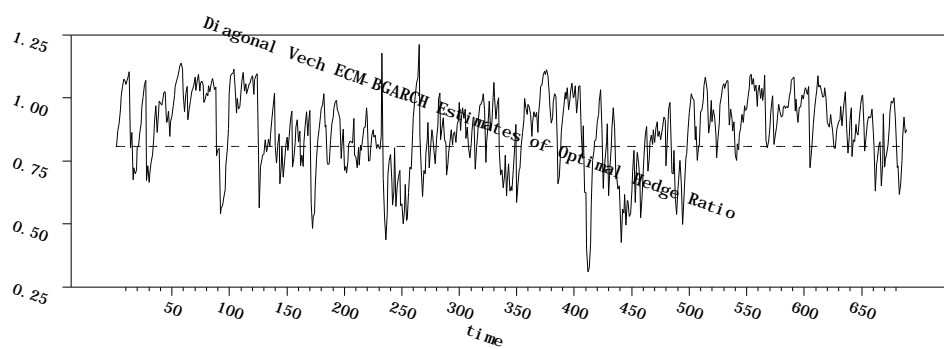
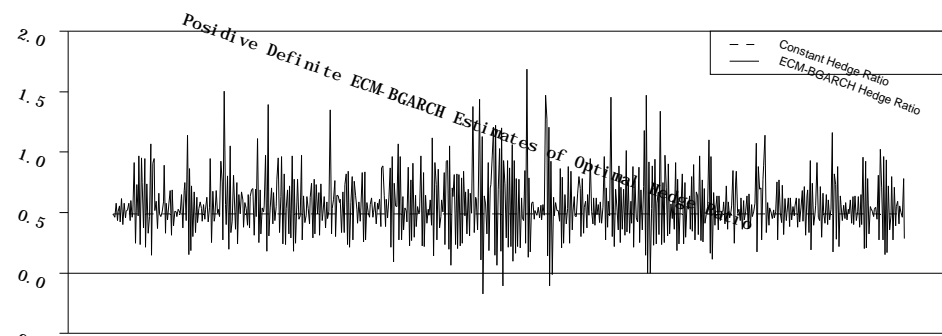


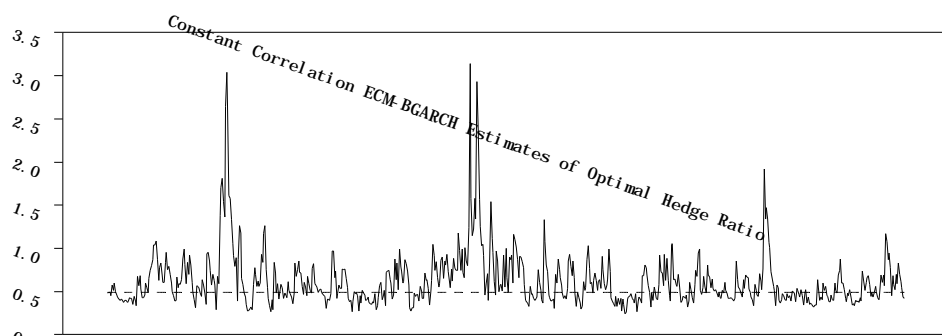
図 2 ECM-BGARCH モデルにより推計された銀市場の可変最適ヘッジ取引率

注 1: 図 1 に同じ。

o
i
t
a
r
e
g
d
e
H



o
i
t
a
r
e
g
d
e
H



o
i
t
a
r
e
g
d
e
H

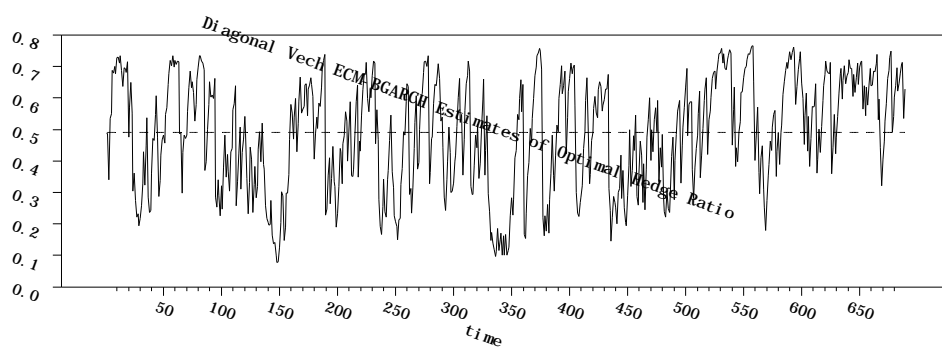


図 3 ECM-BGARCH モデルにより推計されたパラジウム市場の可変最適ヘッジ取引率

注 1：図 1 に同じ。

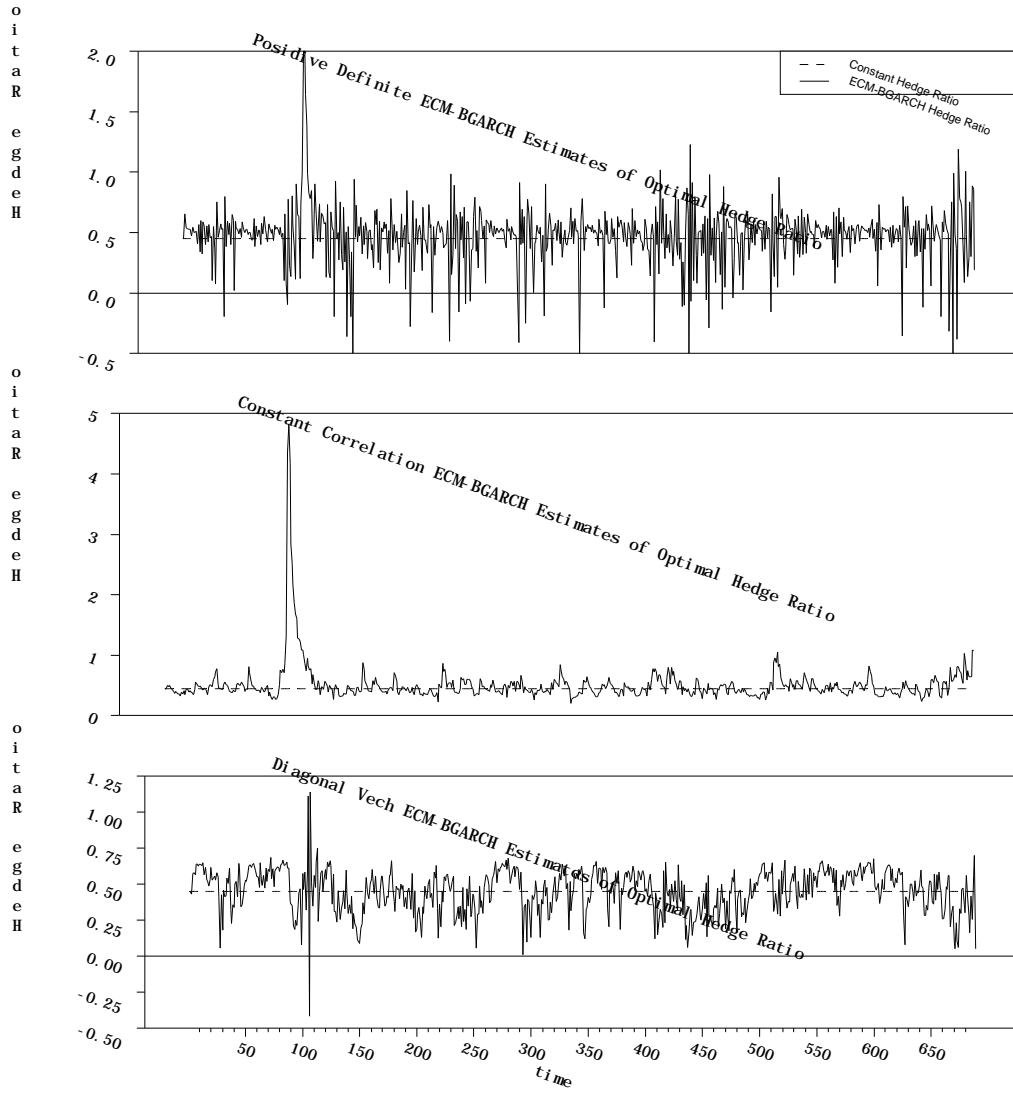


図 4 ECM-BGARCH モデルにより推計されたプラチナ市場の可変最適ヘッジ取引率

注 1：図 1 に同じ。