

日本の先物市場における上場商品の価格連動性－東京工業品取引所と東京穀物商品取引所を分析して¹

伊藤 隆 康

要 旨

1. はじめに
2. 分析に用いるデータ
3. 分析の枠組み
4. 分析結果
5. まとめ

補論 Johansen の共和分検定について

要 旨

本稿の目的は、東京工業品取引所に上場している金、銀、白金、ゴムの4商品と東京穀物商品取引所に上場しているとうもろこし、大豆、粗糖、小豆の4商品のデータを用いて、それぞれの商品取引所における商品先物価格の連動性を検証することにある。

東京工業品取引所に関しては、金、銀、白金、ゴムの4商品を用いた共和分検定では、価格の連動性は見出されなかった。また、個々の商品先物をペアで分析した場合でも、すべての分析で価格の連動性は見出されなかった。Granger 因果性検定では、金から銀、金から白金に対する因果性が見出された。以上のことから、東京工業品取引所では4つの上場商品は連動することなく個別の動きを見せたが、貴金属先物の商品間では、金が銀や白金の価格形成に影響を与えていた可能性が考えられる。

一方、東京穀物商品取引所に関しては、とうもろこし、粗糖、大豆、小豆の4商品を用いた共和分検定では、価格の連動性はないことがわかった。個々の商品先物をペアで分析したところ、とうもろこしと大豆、とうもろこしと小豆、小豆と粗糖、小豆と大豆の間で、価格が中長期的には連動していた。Granger 因果性検定では、すべての上場商品間で因果性は見出されなかったことから、東京穀物商品取引所では、商品先物間で価格に影響する作用は働かなかったと考えられる。

キーワード 商品先物の価格連動性、共和分、Granger 因果性

JEL Classifications C32, G13

¹ 本研究は日本商品先物振興協会から研究助成を受けている。ここに記して感謝したい。

1. はじめに

米国の商品取引所に上場されている国際商品17品目の先物価格を指数化した **CRB (Commodity Research Bureau)** 先物指数は、2001年以降、イラク戦争の前後を除くとほぼ上昇過程を辿ってきた。これは中国や **BRICs** 諸国の商品に対する需要が増していることに加えて、世界的なカネ余りを背景に投機資金が商品先物市場に流入しているためである。

日本においては2004年に商品取引所法が改正され（2005年5月施行）、投資家保護が強化されるなど、市場の信頼性を高める施策が織り込まれた。また、2005年1月からは委託手数料が自由化された。商品先物が取引される取引所は2006年11月現在、6つ存在するが、東京工業品取引所と東京穀物商品取引所が代表的なものである。

こうした取引所で取引される商品先物の価格変動に関しては、個々の商品が独立した価格形成するという見方やいくつかの商品は中長期的には相互にかい離することなく推移するという見方がある。**Pindyck/Rotemberg (1990)** は1960年4月から1985年11月における小麦、綿、銅、金、原油、木材、ココアの現物月次データを用いて、7つの商品には共通の超過共変動があるとし、市場参加者による **herd (群れ)** のような行動が商品価格を一方向に動かしていると分析する。**Pindyck/Rotemberg (1990)** の方法を利用して、飯原・加藤・徳永 (2003) は日本における商品先物価格の超過共変動を分析して、日次データの分析では10以上の商品先物の組み合わせに対して超過共変動が存在するとしている。

本稿は **Pindyck/Rotemberg (1990)** や飯原・加藤・徳永 (2003) とは異なるアプローチをとる。ここでは東京工業品取引所に上場している金、銀、白金、ゴムの4商品と東京穀物商品取引所に上場しているとうもろこし、大豆、粗糖、小豆の4商品のデータを用いて、それぞれの商品取引所における商品先物価格の連動性を非定常な時系列データに対応可能な分析手法を用いて検証することを目的とする。

ある取引所における商品先物価格の連動性を検証した先行研究には、**Booth/Ciner (2001)**、**Dawson/White (2002)**、**Karbuz/Jumah (1995)**、**Malliaris/Urrutia (1996)**、**Yang (2004)** などがあげられる。**Booth/Ciner (2001)** は1993年7月から1998年3月における東京穀物商品取引所のとうもろこし、大豆、粗糖、小豆の日次ベースのデータを用いて、共和分検定で4つの商品は共和分の関係にはなく、中長期的には連動して推移していなかったと結論付ける。一方、とうもろこしと大豆は連動して推移したとしている。

Dawson/White (2002) は1991年12月から2000年4月における英 **LIFFE (London International Financial Futures Exchange)** の大麦、ココア、コーヒー、砂糖、小麦の日次ベースのデータを用いて **Johansen** の共和分検定を行い、大麦と小麦を除くと価格の連動性はないとしている。**Karbuz/Jumah (1995)** は1980年から1991年における **CSCE (Coffee Sugar Cocoa Exchange)** と **London Fox (London Future and Options Exchange)** のコーヒーとココアのデータを用いて、**Engle/Granger** の共和分検定でコーヒーとココアの商品先物価格は各取引所で連動しており、また、コーヒーとココアの商品先物価格はそれぞれの取引所間で連動していたとの結論を得ている。

Malliaris/Urrutia(1996) は1981年1月から1991年10月における米 CBOT(Chicago Board of Trade)のとうもろこし、小麦、オート麦(oat)、大豆、大豆絞りかす(soybean meal)、大豆油の日次ベースのデータを用いて、Engle/Grangerの共和分検定を行って、6つの商品の間にはそれぞれ中長期的な連動性があると確認した。Yang(2004)は1981年1月から2000年12月における米 CBOT(Chicago Board of Trade)のとうもろこし、オート麦(oat)、大豆、小麦の日次ベースのデータを用いて、Johansenの共和分検定を行い、4つの商品間には連動性がないとしている。

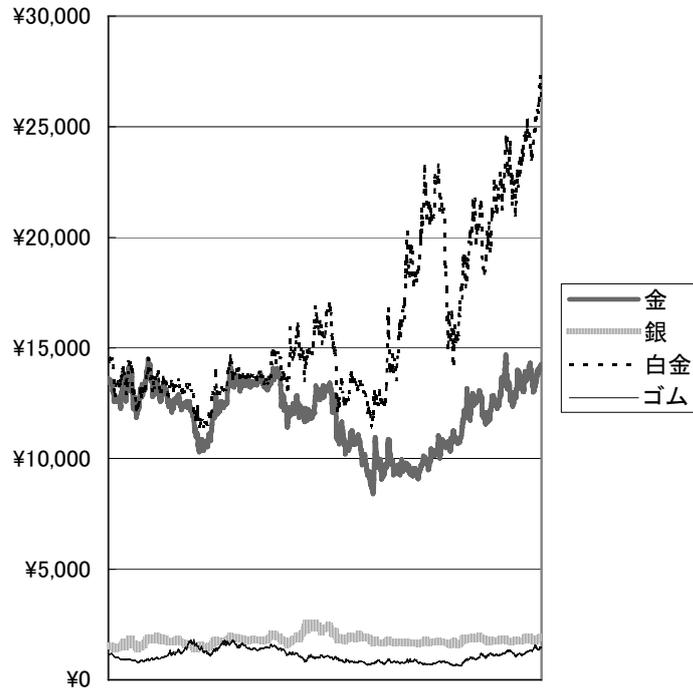
以上の先行研究をみると、商品先物価格の連動性に関しては、分析対象の取引所や商品、期間などによって結論が異なる。日本を対象にした分析は東京穀物商品取引所を対象にしたBooth/Ciner(2001)が存在するだけで、東京工業品取引所の連動性を分析したものはない。また、本稿においては東京穀物商品取引所のデータに関して、Booth/Ciner(2001)に比べて5年以上長い標本期間を対象にしているなど、先行研究に対して改良を加えている。さらに、商品先物間で価格に影響を及ぼす作用があるか否かを検証することにより、商品先物市場に関する分析を深めている。

2. 分析に用いるデータ

2006年1月現在、東京工業品取引所では金、銀、白金、パラジウム、アルミニウム、ゴム、ガソリン、灯油、原油、軽油が上場され、東京穀物商品取引所では、小豆、大豆(一般大豆)、NON-GMO大豆、大豆ミール、とうもろこし、アラビカコーヒー、ロブスタコーヒー、粗糖がそれぞれ上場されている。

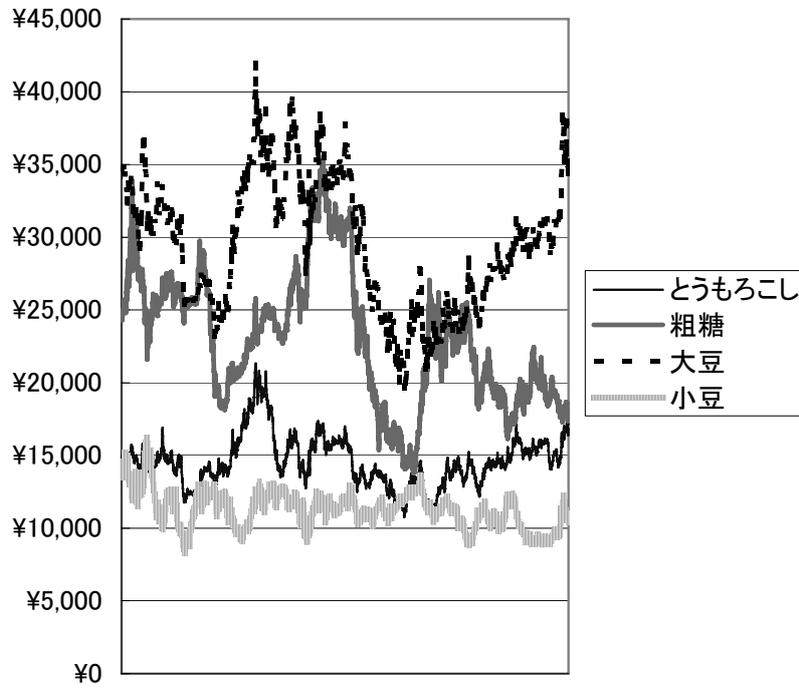
本稿で分析対象とする上場商品と限月の選択方法については、飯原・加藤・徳永(2003)を参考にした。東京工業品取引所に上場している金、銀、白金、ゴムの4商品と東京穀物商品取引所に上場しているとうもろこし、大豆(一般大豆)、粗糖、小豆の4商品を分析対象とする。これらの8商品は10年以上にわたって安定的に取引されているためである。また、通常は最も取引が多い期先限月を分析対象とする。標本期間は1993年1月4日から2003年12月26日までの11年間で、データは日次ベースのものである。なお1枚ごとの取引単位が上場商品によって異なるが、価格は取引されているものを利用する。分析のデータに関して、東京工業品取引所のものを図1に、東京穀物商品取引所のものを図2にそれぞれ示した。

図1 東京工業品取引所のデータ



(注) 標本期間は1993年1月4日から2003年12月26日までの11年間で、日次ベースのものである。

図2 東京穀物商品取引所のデータ



(注) 標本期間は1993年1月4日から2003年12月26日までの11年間で、日次ベースのものである。

3. 分析の枠組み

3. 1 単位根検定

Nelson/Plosser(1982)は米国の主要マクロ変数がトレンド回りに定常であるか、単位根を持つ非定常過程であるかを検定し、非定常な単位根の存在が棄却されないとの結果を示した。また、金利や為替、債券、商品などの時系列データは単位根を有することが多い。

こうした実情に対処すべく、分析に利用するデータの非定常性を確認するために、単位根検定を行う²。単位根検定には、KPSS (Kwiatowski/Phillips/Schmidt/Shin) を用い、レベル定常性とトレンド定常性をそれぞれ検定する。KPSS 検定は ADF 検定とは逆に、帰無仮説を「単位根が存在せず定常である」、対立仮説を「単位根が存在する」としている³。

3. 2 共和分検定

分析に利用するデータが単位根を含む場合、非定常プロセスの関係をとり扱える分析フレームワークが必要となる。一般に、変数間に存在する関係を分析するには変数相互の回帰分析が利用される。しかし、非定常な確率変数が含まれている場合には、決定係数や t 値等の統計量が単純な分布に従わなくなるため、通常の検定は誤った結果を導く可能性がある。

Granger/Newbold (1974)は、これを「見せかけの回帰」(Spurious Regression)の問題と呼んだ。さらに、Phillips(1986)は非定常なデータ分析に関して、(1)決定係数が変数間の関係を示す目安とはならないことがある、(2)ダービン・ワトソン比の低い推計式は見せかけの関係の可能性がある—の2点を指摘している。

非定常である各変数間の線形結合に中長期的な均衡(エラー・コレクション)の存在が認められる場合、共和分の関係にあると言われる。Engle/Granger (1987)は、非定常変数間に共和分の関係が存在するかどうかを調べる実践的な検定方法を提示するとともに、この概念を拡張し共和分の関係にある変数の組はエラー・コレクション・モデルとして表現可能であることを示した。

分析に用いるすべての変数が I (1) 過程と判断されれば、非定常性の問題を扱うことができる共和分検定を行って各商品間の関係を分析し、長期的には均衡状態で推移しているかどうかを検証する。共和分の検定方法には代表的なものが2つある。1つは Engle/Granger(1987)、もう1つは Johansen(1988)である。

3変量以上の VAR (Vector AutoRegression) モデルから出発して共和分を考える際の最大の難関は、共和分の個数をいかに決定するかである。3変量のモデルであれば、独立の共和分の数は1かもしれないし2かもしれない。Engle/Granger ではこの問題点に対応できないが、Johansen(1988)の尤度比検定によれば、共和分の関係がいくつであるかを検定で決め、同時に未知パラメーターの最尤推定量を求めることができる。本稿では東京工業品取引所と東京穀物商品取引所のそれぞれの取引所について、4変量(東京工業品取引所—金、銀、白

² Kwiatowski/Phillips/Schmidt/Shin(1992)を参考にした。

³ ADF 検定に関しては、Dickey/Fuller(1979)やDickey/Fuller(1981)などが参考になる。

金、ゴム（東京穀物商品取引所—とうもろこし、大豆、粗糖、小豆）を分析対象とするため、Johansen の共和分検定を用いて最大固有値検定とトレース検定で、商品先物間の連動性を確認する。まず、各取引所において4つの商品先物を対象に分析し、その後、各取引所の商品先物をペアで検証する。Johansen(1988)の共和分検定に関しては、補論に説明をつけた。

3. 3 因果性の検定

最後に、Granger 因果性の検定により、各取引所の上場4商品間での因果性を確認する。時系列分析では、非定常性の問題を回避するために、変化率に変換したデータを用いて Granger 因果性の検定が行われる。しかし、変数間に共和分の関係がある場合には、変化率を用いた検定は定式化に誤りがあることが指摘されている。すなわち、変化率を取ることで、原データに含まれる情報が捨てられてしまうとの批判がある。

Toda/Yamamoto (1995) は、単位根をもつかもしれない自己回帰モデル (VAR) における Granger 因果性の検定方法を開発した⁴。本章では Toda/Yamamoto(1995)の方法に従い、分析対象のデータをそのまま用いて、本来のラグ期 p にもう一つのラグ項を加えた $p + 1$ を取りトレンド項 t を加えて、検定する。本来のラグ期の推計には AIC 基準を用いる。

東京工業品取引所に上場されている4商品—金 (GO)、銀 (SI)、白金 (CO)、ゴム (RU)—の間での Granger 因果性を検定する場合には、下記の(1)式から(4)式を推計する。東京穀物商品取引所の4商品を分析する場合も同様な4つの式を推計する。例えば(1)式の場合、銀、白金、ゴム、金が金に対して Granger 因果性があるか否かを確認する。

$$GO_t = \kappa_0 + \lambda t + \sum_{i=1}^{p+1} \alpha_i SI_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \beta_i CO_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \chi_i RU_{t-1} + \sum_{i=1}^{p+1} \delta_i GO_{t-1} + u_t \quad (1)$$

$$SI_t = \kappa_0 + \lambda t + \sum_{i=1}^{p+1} \alpha_i SI_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \beta_i CO_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \chi_i RU_{t-1} + \sum_{i=1}^{p+1} \delta_i GO_{t-1} + u_t \quad (2)$$

$$CO_t = \kappa_0 + \lambda t + \sum_{i=1}^{p+1} \alpha_i SI_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \beta_i CO_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \chi_i RU_{t-1} + \sum_{i=1}^{p+1} \delta_i GO_{t-1} + u_t \quad (3)$$

$$RU_t = \kappa_0 + \lambda t + \sum_{i=1}^{p+1} \alpha_i SI_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \beta_i CO_{t-i} + \sum_{i=1}^{p+1} \chi_i RU_{t-1} + \sum_{i=1}^{p+1} \delta_i GO_{t-1} + u_t \quad (4)$$

⁴ 具体的な方法については河合(1996)がわかりやすい。

4. 分析結果

4. 1 単位根検定

KPSS 検定でレベル定常性とトレンド定常性をそれぞれ検定した結果、すべての原系列変数に関して「単位根が存在せず定常である」との帰無仮説を棄却できたため、分析対象の変数は単位根を有する非定常プロセスであると考えられる。結果は表1に示した。

表1 KPSS検定の結果（原系列）

変数名	ラグ=4		ラグ=12	
	$\eta \mu$	$\eta \tau$	$\eta \mu$	$\eta \tau$
東京工業品取引所				
金	11.02*	5.70*	4.59*	2.22*
銀	5.51*	4.48*	2.17*	1.76*
白金	35.81*	6.65*	13.90*	2.60*
ゴム	11.97*	5.39*	4.64*	2.09*
東京穀物商品取引所				
とうもろこし	4.22*	3.18*	1.65*	1.25*
粗糖	15.94*	2.05*	6.19*	0.80*
大豆	9.17*	3.62*	3.57*	1.41*
小豆	11.50*	1.24*	4.56*	0.50*

(注)1. KPSS (Kwiatkowski/Phillips/Schmidt/Shin) 検定を用いて、原系列のデータで定常性を検定した。すべての変数に関して、単位根が存在しないという帰無仮説を棄却できる。

2. *は5%水準で有意であることを示す。

5%棄却値は0.463（レベル定常性）、0.146（トレンド定常性）である。

3. $\eta \mu$ はレベル定常性を示す。 $\eta \tau$ はトレンド定常性を示す。

次に、分析対象の変数の一次差分をとったデータに関して単位根検定を行い、すべての変数について、「単位根が存在せず定常である」との帰無仮説を棄却できず、分析対象のデータは $I(1)$ であると判断できる⁵。結果は表2に示した。

⁵ $I(1)$ とは一度、差分をとって定常になるということを意味する。 $I(2)$ であれば、2回の差分をとって定常となる。

表2 KPSS検定の結果（一次差分）

変数名	ラグ=4		ラグ=12	
	$\eta \mu$	$\eta \tau$	$\eta \mu$	$\eta \tau$
東京工業品取引所				
金	0.15	0.05	0.15	0.05
銀	0.05	0.03	0.05	0.03
白金	0.20	0.03	0.20	0.02
ゴム	0.13	0.09	0.14	0.10
東京穀物商品取引所				
とうもろこし	0.05	0.04	0.05	0.04
粗糖	0.06	0.04	0.06	0.04
大豆	0.10	0.05	0.10	0.05
小豆	0.02	0.02	0.02	0.02

(注)1. KPSS (Kwiatkowski/Phillips/Schmidt/Shin)検定を用いて、原系列から1次差分を取ったデータの定常性を確認した。すべての変数について単位根が存在しないという帰無仮説を棄却できない。

2. *は5%水準で有意であることを示す。

5%棄却値は0.463（レベル定常性）、0.146（トレンド定常性）である。

3. $\eta \mu$ はレベル定常性を示す。 $\eta \tau$ はトレンド定常性を示す。

4. 2 共和分検定

分析対象のデータがすべて I (1)であることを確認できたため、非定常なデータ分析に適した Johansen の共和分検定を用いて各取引所のデータを用いて分析した。

東京工業品取引所に関しては、金、銀、白金、ゴムの4商品の分析で、共和分の関係は見出されなかった。また、個々の商品先物をペアで分析した場合でも、すべての分析で共和分の関係は見出されなかった。この分析から、東京工業品取引所の上場商品先物の間には、価格連動性がないことになる。結果は表3に示した。

東京穀物商品取引所に関しても、とうもろこし、粗糖、大豆、小豆の4商品の分析で、共和分の関係は見出されなかった。このため4商品の間では価格の連動性はないといえる。一方、個々の商品先物をペアで分析したところ、とうもろこしと大豆、とうもろこしと小豆、小豆と粗糖、小豆と大豆の間で共和分の関係が見出され、価格が中長期的には連動していたと考えられる。結果は表4に示した。

表3 共和分検定の結果（東京工業品取引所）

帰無仮説	最大固有値検定		トレース検定	
	検定統計量 λ_{\max}	5% 棄却値	検定統計量 λ_{trace}	5% 棄却値
金、銀、白金、ゴム				
$r = 0$	13.19	28.14	28.3	53.12
$r \leq 1$	8.94	22.00	15.11	34.91
$r \leq 2$	4.3	15.67	6.18	19.96
$r \leq 3$	1.88	9.24	1.88	9.24
金、銀				
$r = 0$	11.7	15.67	15.24	19.96
$r \leq 1$	3.54	9.24	3.54	9.24
金、白金				
$r = 0$	5.39	15.67	7.14	19.96
$r \leq 1$	1.75	9.24	1.75	9.24
金、ゴム				
$r = 0$	10.65	15.67	13.25	19.96
$r \leq 1$	2.59	9.24	2.59	9.24
銀、白金				
$r = 0$	11.62	15.67	12.67	19.96
$r \leq 1$	1.04	9.24	1.04	9.24
銀、ゴム				
$r = 0$	12.17	15.67	15.09	19.96
$r \leq 1$	2.92	9.24	2.92	9.24
白金、ゴム				
$r = 0$	3.99	15.67	5.36	19.96
$r \leq 1$	1.37	9.24	1.37	9.24

(注) 1. 最大固有値検定とトレース検定を行い、検定のためにOsterwald-Lenum(1992)による表を利用した。

2. *は5%水準で有意であることを示す。

表4 共和分検定の結果（東京穀物商品取引所）

帰無仮説	最大固有値検定		トレース検定	
	検定統計量 λ_{\max}	5% 棄却値	検定統計量 λ_{trace}	5% 棄却値
とうもろこし、粗糖、大豆、小豆				
$r = 0$	20.74	28.14	50.18	53.12
$r \leq 1$	18.61	22.00	29.44	34.91
$r \leq 2$	7.14	15.67	10.83	19.96
$r \leq 3$	3.68	9.24	3.68	9.24
とうもろこし、粗糖				
$r = 0$	9.19	15.67	12.54	19.96
$r \leq 1$	3.35	9.24	3.35	9.24
とうもろこし、大豆				
$r = 0$	16.84*	15.67	23.61*	19.96
$r \leq 1$	6.76	9.24	6.76	9.24
とうもろこし、小豆				
$r = 0$	17.04*	15.67	24.83*	19.96
$r \leq 1$	7.79	9.24	7.79	9.24
粗糖、大豆				
$r = 0$	6.29	15.67	10.29	19.96
$r \leq 1$	3.76	9.24	7.50	9.24
粗糖、小豆				
$r = 0$	17.71*	15.67	21.20*	19.96
$r \leq 1$	3.49	9.24	3.49	9.24
大豆、小豆				
$r = 0$	17.60*	15.67	24.83*	19.96
$r \leq 1$	5.78	9.24	7.50	9.24

(注) 1. 最大固有値検定とトレース検定を行い、検定のためにOsterwald-Lenum(1992)による表を利用した。

2. *は5%水準で有意であることを示す。

4. 3 Granger 因果性の検定

Toda/Yamamoto (1995) の方法による Granger 因果性検定を行った。東京工業品取引所に関しては、金から銀、金から白金に対する因果性が見出された。一方、東京穀物商品取引所では、すべての上場商品間で因果性は見出されなかった。結果は表5に示した。

表5 Granger因果性検定の結果

目的変数	説明変数			
東京工業品取引所				
	金	銀	白金	ゴム
金	-	0.47	1.31	2.04
銀	11.20*	-	0.96	1.72
白金	3.50*	0.96	-	1.08
ゴム	1.92	0.93	0.35	-
東京穀物商品取引所				
	とうもろこし	粗糖	大豆	小豆
とうもろこし	-	0.63	1.44	0.43
粗糖	2.04	-	1.49	0.43
大豆	1.14	1.11	-	0.45
小豆	1.77	0.94	1.47	-

(注)1. Toda/Yamamoto (1995)の方法を利用して分析した。

2. 検定統計量はF値である。*は5%水準で有意であることを示す。

3. ラグ数はAIC基準で選択したものに1をたした。

5. まとめ

本稿の目的は、東京工業品取引所に上場している金、銀、白金、ゴムの4商品と東京穀物商品取引所に上場しているとうもろこし、大豆、粗糖、小豆の4商品のデータを用いて、それぞれの商品取引所における商品先物価格の連動性を検証することにあつた。

東京工業品取引所に関しては、金、銀、白金、ゴムの4商品を用いた共和分検定で、価格の連動性は見出されなかった。また、個々の商品先物をペアで分析した場合でも、すべての分析で価格の連動性は見出されなかった。Granger因果性検定では、金から銀、金から白金に対する因果性が見出された。以上のことから、東京工業品取引所では4つの上場商品は連動することなく個別の動きを見せたが、貴金属先物（金、銀、白金）の商品間では、金が銀や白金の価格形成に影響を与えていた可能性が考えられる。しかし、ゴムは貴金属先物商品の価格には影響を与えていなかった、また、貴金属先物商品はゴムの価格に影響を与えていなかったことになる。

一方、東京穀物商品取引所に関しては、とうもろこし、粗糖、大豆、小豆の4商品を用いた共和分検定では、価格の連動性はないことがわかった。しかし、個々の商品先物をペアで分析したところ、とうもろこしと大豆、とうもろこしと小豆、小豆と粗糖、小豆と大豆の間で、価格が中長期的には連動していた。

6種類の組み合わせの中で、4種類の組み合わせにおいて、先物価格が連動していたことは、何らかのコモントレンドが、4種類の組み合わせのそれぞれに存在することを示唆する。しかし、このコモントレンドが何であるかを特定するのは今後の課題としたい。Granger 因果性検定では、すべての上場商品間で因果性は見出されなかったことから、東京穀物商品取引所では、商品先物間で相互の価格に影響する作用は働かなかったと考えられる。

補論 Johansen の共和分検定について⁶

まず、 p 変量のベクトル X_t に対して、次のような k 次のラグ項を持つ VAR モデルについて想定する。

$$X_t = \Pi_1 X_{t-1} + \dots + \Pi_k X_{t-k} + \lambda + u_t \quad (\text{A1})$$

ここで、 X_t の p 個の要素すべてが $I(1)$ 変数とする。また、 u_t は平均 0、分散 Λ の独立同一分布に従う誤差項であり、さらに λ は定数項である。上式を以下のように階差表現する。

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \Pi \Delta X_{t-k} + \lambda + u_t \quad (\text{A2})$$

ここで、

$$\Gamma_i = -I + \Pi_1 + \dots + \Pi_i, \quad (i = 1, \dots, k-1)$$

$$\Pi = -I + \Pi_1 + \dots + \Pi_k$$

である。

X_t のすべての要素が $I(1)$ 変数であるという仮定の下では、(A2) 式の Π はフルランクになることはない。ここで、 X_t の要素が共和分の関係にある場合には、

$$0 \leq \text{rank}(\Pi) < p$$

⁶ 補論に関しては、川崎(1992)や本多(1995)、Hamilton(1994)、Johansen(1988)やなどを参考にした。

となり、行列 Π は $p \times r$ ($rank(\Pi)=r$) 行列の α と β を用いて

$$\Pi = \alpha\beta'$$

と表現が可能となる。これを用いると最終的に(A2)式は

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \alpha\beta' \Delta X_{t-k} + \lambda + u_t \quad (A3)$$

と書き直される。ここで β' の行ベクトルは共和分ベクトルを表わしており、 $\beta' X_{t-k}$ は誤差修正項であり、 $I(0)$ を満たす。

Johansen の尤度比検定では、(A2. 14) 式のように ECM 表現された VAR モデルに対して、共和分が r 個存在する (行列 Π のランクは r) という帰無仮説のもとで推定されたモデルの尤度と対立仮説の下でのモデルの尤度との比によって、逐次的に r が検定される。この際の対立仮説には、

① 共和分の数を考慮しない ($rank(\Pi) \leq p$) タイプ (トレース検定)

② モデルの冗長性を問うために共和分の数を 1 つ増やした ($rank(\Pi) \leq r + 1$) タイプ (最大固有値検定)

の 2 種類がある。検定を行う際には、シミュレーションによって求められた分布表を利用する。その代表的なものが Osterwald-Lenum (1992)、Johansen/Juselius (1990) である。また、Zhang (1993) は Johansen (1988) によるシミュレーション方法を用いて、19 個のデータに対応できるようにトレース検定用の分布表を提供している。

【参考文献】

飯原慶雄・加藤英明・徳永俊史 (2003), 「商品先物市場における価格連動性」, 『先物取引研究』No. 12, pp1-15.

河合正弘 編(1996), 『アジアの金融・資本市場』日本経済新聞社.

川崎 能典(1992), 「Johansen の共和分検定について」『金融研究』, 第11巻 第2号, 97-129.

本多佑三 編(1995), 『日本の景気』有斐閣.

Booth, G.G. and C. Ciner (2001), "Linkages among Agricultural Commodity Futures Prices: Evidence from Tokyo," *Applied Economics Letters*, Vol.8, pp.311-313.

Dawson, P.J. and B. White (2002), "Interdependencies between Agricultural Commodity Futures Prices on the LIFFE," *Journal of Futures Markets*, Vol.22, pp.269-280.

- Dickey,D.A. and W.Fuller (1979), “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root,” *Journal of the American Statistical Association*,Vol.74, pp.427-431.
- Dickey,D.A. and W.Fuller (1981), “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with A Unit Root,” *Econometrica*,Vol.49,pp.107-1072.
- Engle,R.F. and C.W.J.Granger (1987), “Co-Integration and Error Correction: Representation, and Testing,” *Econometrica*,Vol.55,pp.251-276.
- Granger,C.W.J. and P.Newbold (1974), “Spurious Regressions in Econometrics,” *Journal of Econometrics*,Vol.2,pp.111-120.
- Hamilton,J.S.(1994),*Times Series Analysis*, Princeton University Press.
- Johansen,S. (1988) “Statistical Analysis of Cointegrated Vectors,” *Journal of Economic Dynamics and Control*,Vol.12,pp231-254.
- Johansen,S. and K.Juselius(1990), “Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration –With Application To The Demand For Money,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol.52,pp.169-210.
- Karbuз,S. and A.Jumah(1995), “Cointegration and Commodity Arbitrage,” *Agribusiness*, Vol.11, pp.235-243.
- Kwiatkowski,D., P.C.B.Phillips, P.Schmidt and Y.Shin(1992), “Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root,” *Journal of Econometrics*, Vol.54,pp.159-178.
- Malliaris,A.G. and J.L.Urrutia(1996), “Linkages between Agricultural Commodity Futures Contracts,” *Journal of Futures Markets*,Vol.16,pp.595-609.
- Osterwald-Lenum,M. (1992) “Practitioners’ Corner A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*,Vol.54,3,pp169-210.
- Phillips,P.C.B.(1986), “Understanding Spurious Regressions in Econometrics,” *Journal of Econometrics*, Vol.33,pp.311-340.
- Pindyck,R.S. and J.J.Rotemberg (1990), “The Co-movement of Commodity Prices,” *Economic Journal*,Vol.100,pp.1173-1189.
- Toda,H.Y .and T.Yamamoto (1995), “Statistical Inference in Vector Autoregressions with Possibly Integrated Processes,” *Journal of Econometrics*,Vol.66,pp.225-250.
- Yang,J.(2004), “Government Policy and Price Comovements in Commodity Futures Markets,” *American Business Review*, Vol.22,pp.1-10.
- Zhang,H. (1993) “Treasury Yield Curves and Cointegration,” *Applied Economics*,Vol.25, pp361-367.